JPPM Vol. 11 No. 1 (2018)

PEMAHAMAN MAHASISWA TERHADAP PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA BERDASARKAN TEORI APOS

Yunika Lestaria Ningsih[1], Rohana[2]
Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang

yunika.pgri@gmail.com

ABSTRACT

Differential equations is used to make the mathematical modeling which is describes the phenomenon in real life problems. It is one of the important concepts to learning the applied mathematics. It is become the main subject for students in mathematics, physics, and engineering field. This study aim to describe how students learn and understand the concept of ordinary differential equations based on APOS theory. The subject of this study was 33 students of semester 5B mathematics educations of private University in Palembang, South Sumatera. Data were collective through test and interview. The result showed that students' understanding of ordinary differential equations only in action phase. Most of students' couldn't understand the next phase in APOS theory because the lack of the derivative and integral concept in form of exponential and logarithm function.

***Keywords*:Exponential Function, Ordinary Differential Equations, APOS Theory**

ABSTRAK

Persamaan diferensial sering digunakan dalam model matematika yang mencoba untuk menggambarkan suatu fenomena kehidupan nyata. Persamaan diferensial merupakan konsep penting dalam mempelajari matematika terapan. Oleh karena itu, persamaan diferensial menjadi mata kuliah wajib pada setiap perguruan tinggi matematika dan teknik. Proses pembelajaran persamaan diferensial dianggap sulit, hal ini disebabkan oleh banyak faktor. Salah satunya yaitu karena persamaan diferensial melibatkan banyak prosedur dari turunan dan pengintegralan. Tulisan ini memberikan penjelasan tentang bagaimana mahasiswa menerima dan memahami konsep persamaan diferensial biasa. Subjek dari penelitian ini adalah 33 mahasiswa semester 5B Program Studi Pendidikan Matematika tahun akademik 2017/2018 pada salah satu Universitas Swasta di kota Palembang, Sumatera Selatan. Data dikumpulkan melalui tes dan wawancara. Pemahaman konsep mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa ini dianalisis berdasarkan teori APOS. Hasil analisis yang dilakukan memperlihatkan bahwa sebagian besar mahasiswa hanya mampu memahami konsep persamaan diferensial pada biasa pada tahap aksi. Mahasiswa mampu menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde satu homogen yang sederhana, kesalahan terbanyak terletak pada penggunaan prinsip turunan dan pengintegralan dari suatu fungsi eksponen dan logaritma.

Kata kunci: Fungsi Eksponen, Persamaan Diferensial Biasa, Teori APOS

A. PENDAHULUAN

Persamaan diferensial seringkali muncul dalam model matematika yang mencoba menggambarkan keadaan kehidupan nyata, seperti dalam perhitungan luas dan volum daerah yang tidak beraturan. Menurut Finizio & Ladas (1988) persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat satu (atau beberapa) fungsi yang tak diketahui. Istilah persamaan diferensial diperkenalkan oleh Leibniz pada tahun 1676. Banyak hukum-hukum alam dan hipotesa-hipotesa yang dapat diterjemahkan ke dalam persamaan yang mengandung turunan melalui bahasa matematik.

Sejalan dengan pendapat Finizio & Ladas (1988) tersebut Mallet (2008) juga menambahkan bahwa persamaan diferensial memfokuskan pada teknik algoritma untuk menentukan solusi dari beberapa tipe spesifik persamaan diferensial. Oleh karena itu, persamaan diferensial banyak dijumpai dalam matematika terapan, dan menjadi mata kuliah wajib pada perguruan tinggi MIPA dan teknik.

Mahasiswa dalam mengaplikasikan persamaan diferensial banyak mengalami kesulitan, antara lain yaitu kesulitan untuk menerapkan rumus atau algoritma yang telah diajarkan. Hal ini didukung oleh Czocher, Tague & Baker (2013) yang menyatakan bahwa belajar persamaan diferensial merupakan hal yang sulit. Pernyataan yang sama juga dikemukakan oleh Valcarce & Diaz (2013) yang menyebutkan bahwa kesulitan terbanyak adalah terletak pada pemahaman konsep persamaan, konsep fungsi dan turunan suatu fungsi. Sehingga untuk merencanakan suatu pembelajaran persamaan diferensial yang baik, maka hal yang paling esensial adalah dengan mengetahui konsepsi mahasiswa tentang elemen-elemen matematika yang dapat membangun persamaan diferensial.

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Valcarce & Diaz (2013) terhadap mahasiswa yang mengambil mata kuliah persamaan diferensial diperoleh bahwa mahasiswa tidak dapat mengaplikasikan konsep turunan fungsi dengan benar. Padahal konsep turunan fungsi merupakan elemen dasar dari persamaan diferensial. Karena itu, untuk memahami konsep persamaan diferensial, mahasiswa diharapkan mempunyai konstruksi skema yang jelas tentang konsep turunan suatu fungsi.

Oleh karena itu, untuk dapat memahami konsep persamaan diferensial biasa ini, mahasiswa harus menghubungkan konsep-konsep dasar yang telah dimilikinya dengan konsep persamaan diferensial biasa yang baru dipelajari. Namun, fakta di lapangan menunjukkan bahwa "secara umum kemampuan mahasiswa untuk menghubungkan atau mengaitkan materi matematika dengan pengetahuan yang dimilikinya masih rendah" (Suhandri, 2016).

Konsep matematika, termasuk konsep persamaan diferensial biasa dapat dikonstruksi dengan menggunakan teori APOS. Menurut Dubinsky & McDonald (2001) teori APOS dapat digunakan secara langsung oleh peneliti untuk membandingkan keberhasilan dan kegagalan mahasiswa dalam kontruksi mental yang telah terbentuk untuk mengetahui suatu konsep matematika. Hal ini dapat terjadi karena menurut Asiala *et. al* (Helma & Yerizon, 2012) Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika.

Banyak kajian yang telah dilakukan oleh para peneliti untuk menganalisis pemahaman konsep matematika berdasarkan teori APOS. Antara lain yaitu: Dubinsky, et al (1995) yang mengeksplorasi pemahaman mahasiswa tentang konsep limit, Weber (2002) yang menganalisis pemahaman konsep mahasiwa tentang fungsi eksponensial dan logaritma, Stewart & Thomas (2009) yang menganalisis pemahaman konsep mahasiswa pada mata kuliah aljabar linier, dan Tossavainen (2009) yang menganalisis tentang konsep persamaan linier.

APOS adalah singkatan dari *Action* (Aksi) – *Process* (Proses) – *Object* (Objek) dan *Schema* (Skema). Teori APOS dikemukakan oleh Ed Dubinsky pada tahun 1991 dalam tulisannya yang berjudul "*Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking*." Teori APOS dikembangkan dari teori perkembangan intelektual Piaget, yaitu kemampuan untuk berpikir abstrak. Dubinsky & McDonald (1991) menyebutkan bahwa menurut ia dan koleganya berpikir abstrak adalah suatu konstruksi mental tentang objek dan aksi mental terhadap objek tersebut.

Dubinsky & McDonald (2001) berpendapat bahwa "pemahaman terhadap suatu konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi dari objek-objek matematika. Proses konstruksi atau rekonstruksi konsep matematika tersebut terjadi melalui tahapan aksi, proses dan objek, yang tergabung membentuk suatu skema dalam menyelesaikan permasalahan matematika".

Kajian pemahaman konsep dasar persamaan diferensial biasa sebagai aksi dan proses, dapat dilihat dari definisi APOS yang dikemukakan Asiala *et. al* (Helma & Yerizon, 2012), yaitu sebagai berikut :

(1) Persamaan diferensial biasa sebagai suatu aksi. "Aksi adalah suatu transformasi yang diterima oleh individu sebagai hal yang eksternal. Transformasi dilakukan dengan bereaksi terhadap petunjuk-petunjuk eksternal yang memberikan rincian yang tepat mengenai langkah-langkah apa saja yang harus diambil".

Misalkan diajukan suatu persoalan "*Tentukanlah persamaan diferensial dari primitif:* $y = Axe^x$ ". Aksi mahasiswa terhadap soal tersebut adalah dengan mencoba menurunkan persamaan tersebut. Mahasiswa yang aksi pemahaman tentang konsep dasar turunannya rendah hanya bisa menyelesaikan turunan dari suatu fungsi. Mahasiswa seperti ini, akan tidak bisa berbuat banyak ketika dihadapkan pada turunan dari perkalian dua fungsi.

(2) Persamaan diferensial biasa sebagai suatu proses. "Ketika suatu aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi tersebut diinteriosasikan menjadi proses, yaitu konstruksi internal dibuat dengan melakukan aksi yang sama, tetapi sekarang tidak diarahkan oleh stimulus dari luar. Individu yang sudah mengkonstruksi konsep proses dapat menguraikan atau bahkan membalikkan langkah-langkah dari transformasi tanpa benar-benar melakukannya. Berbeda dengan aksi, proses dirasakan oleh individu sebagai hal yang internal dan di bawah kontrol individu tersebut".

Misalkan, "*Tentukanlah persamaan diferensial dari primitif* : $y = Axe^{x}$". Dalam menginteriosasikan penentuan persamaan diferensial tersebut, siswa tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan proses penentuan persamaan diferensial. Bahkan mereka juga bisa membayangkan pembalikkan proses, yaitu untuk menentukan penyelesaian persamaan diferensial, maka dapat digunakan pengintegralan.

(3) Persamaan diferensial sebagai hasil dari suatu objek. "Ketika individu berefleksi pada operasi yang diterapkan pada proses tertentu, dan benar-benar dapat menngkonstruksi transformasi itu, maka proses telah dienkapsulisasikan menjadi objek".

Dalam hal ini, enkapsulisasi proses dari penentuan persamaan diferensial dari primitif $y = Axe^{x}$ diindikasikan ketika mahasiswa mampu menunjukkan bahwa persamaan diferensial yang akan dibentuk merupakan persamaan diferensial biasa dengan karakteristik tertentu. Mahasiswa yang telah mengenkapsulisasikan persamaan diferensial biasa sebagai objek, dapat menjelaskan bahwa cara untuk menentukan persamaan diferensial biasa adalah dengan menurunkan persamaan primitif sebanyak jumlah konstanta sembarang yang ada, dan menghilangkan konstanta sembarang dengan mensubstitusikan persamaan turunan yang telah didapatkan ke persamaan awal yang diketahui.

(4) Persamaan diferensial sebagai skema. "Skema merupakan kumpulan dari aksi, proses, objek lainnya yang terhubung secara padu dan diorganisasi secara terstruktur dalam pikiran individu". Sebagai contoh dalam pikiran mahasiswa akan terbangun struktur pengetahuan tentang konsep persamaan diferensial biasa yang merupakan jalinan antara aksi, proses dan objek konsep persamaan diferensial. Sehingga dalam penyelesaian persamaan diferensial nantinya diperlukan skema turunan skema integral, skema metode pemisahan peubah, skema fungsi linear.

Kemampuan pemahaman konsep merupakan kemampuan pertama yang harus tercapai dalam tujuan pembelajaran matematika. Menurut Nizarwati, Hartono & Aisyah (2009), dalam memahami konsep matematika diperlukan kamampuan generalisasi serta abstraksi yang cukup tinggi. Hal inilah yang mengakibatkan penguasaan mahasiswa terhadap konsep-konsep matematika masih lemah.

Adapun indikator permahaman konsep yang dijelaskan oleh Depdiknas, (Kesumawati, 2008) antara lain yaitu : (1) menyatakan ulang sebuah konsep, (2) mengklasifikasi objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), (3) memberikan contoh dan non-contoh dari konsep, (4) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis, (5) mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep, (6) menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu, dan (7) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk melakukan kajian terhadap pemahaman mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa berdasarkan teori APOS. Topik persamaan diferensial yang dibahas disini adalah konsep dasar dari persamaan diferensial biasa, yaitu bagaimana membentuk suatu persamaan diferensial biasa dari persamaan primitif yang diketahui dan menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde satu dengan menggunakan metode pemisahan peubah.

Kajian ini bertujuan untuk melihat bagaimana kemampuan pemahaman konsep mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa berdasarkan teori APOS. Sehingga, berdasarkan hasil kajian ini, diperoleh suatu langkah yang dapat diambil oleh dosen untuk meningkatkan proses pembelajaran pada mata kuliah persamaan diferensial.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif. Subjek penelitian adalah mahasiswa semester 5B Program Studi Pendidikan Matematika Tahun Akademik 2017/2018 yang berjumlah 33 orang di salah satu Universitas swasta di kota Palembang, Sumatera Selatan. Data diperoleh dengan mengadakan tes tertulis yang berupa 2 (dua) soal essay mengenai persamaan diferensial biasa dan wawancara secara lisan kepada subjek penelitian. Data dianalisis dengan deskriptif untuk menggambarkan pemahaman mahasiswa tentang konsep persamaan diferensial biasa berdasarkan teori APOS.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil temuan dalam kajian ini adalah pemahaman konsep persamaan diferensial dari sebagian besar mahasiswa hanya pada tahap pemahaman konsep persamaan diferensial sebagai suatu aksi, dan tidak dapat memahami persamaan diferensial sebagai suatu proses. Pernyataan tersebut didapat dari hasil analisis jawaban pertanyaan yang diajukan kepada mahasiswa sebagai berikut :

1. *Bentuklah persamaan diferensial dari primitif* $y = Axe^x$

Sebagian besar mahasiswa menjawab bahwa secara prosedur untuk membentuk persamaan diferensial adalah dengan menurunkan persamaan primitifnya. Sehingga mereka langsung menurunkan persamaan primitif tersebut. Akan tetapi hanya beberapa mahasiswa yang dapat mengetahui bahwa persamaan primitif tersebut merupakan hasil perkalian dari dua fungsi, yaitu MM, TW dan AH. Jadi untuk mendapatkan turunan dari persamaan primitif tersebut mahasiswa harus menguasai pemahaman konsep turunan dari perkalian dua fungsi.

Berikut ini jawaban yang benar :

diketahui persamaan primitif : $y = Axe^x$

ditanya : bagaimanakah bentuk persamaan diferensial dari primitif tersebut.

penyelesaian :

(tahap aksi)

mahasiswa memahami bahwa untuk membentuk suatu persamaan diferensial, persamaan primitif harus diturunkan sebanyak jumlah konstanta sembarang yang ada.

Karena pada persamaan primitif hanya ada satu konstanta sembarang yaitu A, maka persamaan primitif tersebut diturunkan sebanyak satu kali yaitu :

(tahap proses)

$y = Axe^x$, misalkan $u(x) = Ax, u'(x) = A$ dan $v(x) = e^x, v'(x) = e^x$

Sehingga diperoleh:

$$y' = (Axe^x)' = \big(u(x)v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = Ae^x + Axe^x$$

Langkah selanjutnya adalah menghilangkan A dan mendapatkan persamaan diferensial yang dikehendaki, yaitu :

(tahap objek)

dari turunan di atas diperoleh persamaan :

$$y' = Ae^x + Axe^x = A(e^x + xe^x)$$

didapatkan nilai A yaitu :

$$A = \frac{y'}{(e^x+xe^x)} = \frac{y'}{e^x(1+x)}$$

jika nilai A disubstitusikan pada persamaan primitif, maka diperoleh :

$$y = Axe^x = \frac{y'}{e^x(1+x)}xe^x$$

$$= \frac{y'x}{(1+x)}$$

Sehingga diperoleh persamaan diferensial biasa orde satu yaitu : $y'x = y(1-x)$

Gabungan dari tahap aksi-proses-objek membentuk skema tentang konsep pembentukan persamaan diferensial biasa dari persamaan primitif yang diketahui. Hasil jawaban mahasiswa pada permasalahan ini, yaitu mahasiswa yang melakukan tahap prosedur dengan hanya menurunkan persamaan primitif, tanpa memperhatikan bagaimana bentuk persamaan yang akan diturunkan, maka pemahaman mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa berada pada tahap aksi.

Indikator dari kemampuan pemahaman konsep matematis pada permasalahan pertama ini yang tidak dapat dikuasai dengan benar oleh sebagian besar mahasiswa ada tiga yaitu : (1) mahasiswa kurang mampu dalam mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsep, (2) mahasiswa kurang mampu dalam menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu, dan (3) mahasiswa kurang mampu mengaplikasikan konsep/algoritma ke pemecahan matematika.

Dari hasil wawancara dengan seorang mahasiswa, kelemahan kemampuan pemahaman konsep mereka disebabkan oleh banyak hal, salah satunya adalah kebiasaan mahasiswa yang mengerjakan soal matematika hanya sebatas kegiatan prosedural yang digunakan untuk menemukan solusi, bukan pada berusaha untuk memahami suatu konsep dan mampu mengaplikasikan konsep tersebut dengan benar. Pernyataan ini senada dengan Tall (2002) dan Ningsih (2016).

1. *Tentukan penyelesaian dari suatu persamaan diferensial :* $y' = 2xy$

Pada soal yang kedua ini, sebagian besar mahasiswa juga hanya mengetahui prosedur dari langkah untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Prosedurnya adalah dengan metode pemisahan peubah dengan mengintegralkan persamaan diferensial sehingga diperoleh suatu persamaan solusi.

Akan tetapi untuk memahami konsep penyelesaian persamaan diferensial biasa lebih lanjut mahasiswa seharusnya mengetahui terlebih dahulu bentuk umum dari persamaaan diferensial dan mengetahui metode mana yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Karena itu banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan persamaan pada soal kedua. Pemahaman mahasiswa yang hanya sampai pada tahap prosedur ini, menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa tentang konsep persamaan diferensial hanya berada pada tahap aksi.

Berikut jawaban yang benar:

diketahui persamaan persamaan diferensial: $y' = 2xy$

ditanya : penyelesaian dari persamaan diferensial.

penyelesaian :

(tahap aksi)

persamaan $y' = 2xy$ dapat ditulis menjadi $\frac{dy}{dx} = 2xy$

Langkah pertama harus dipisahkan dulu peubah x dan y.

(tahap proses dan objek)

Untuk memisahkan peubah persamaan tersebut dikali dengan $\frac{dx}{y}$

Maka diperoleh :

$$\frac{dy}{dx}.\frac{dx}{y} = 2xy.\frac{dx}{y}$$

$$\frac{dy}{y} = 2xdx$$

Dapat dilihat dari persamaan yang baru bahwa peubah x dan y telah terpisah.

Langkah kedua digunakan untuk menentukan solusi dari persamaan diferensial biasa tersebut.

Untuk mencari solusi, integralkan kedua ruas, yaitu :

$\int \frac{dy}{y} = \int 2xdx \rightarrow \ln y + C_1 = x^2 + C_2 \rightarrow \ln y = x^2 + C_2 - C_1$

Jika $c_2 - c_1 = C$,

maka hasil integralnya akan menjadi :

$$\ln y = x^2 + C$$

Jika persamaan di atas dieksponensialkan dan dengan aturan $e^{\ln p} = p$, maka persamaan menjadi:

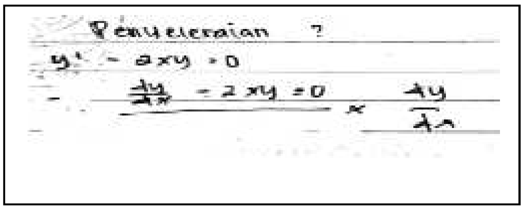
$$e^{\ln y} = e^{x^2 + C}$$

Sehingga diperoleh:

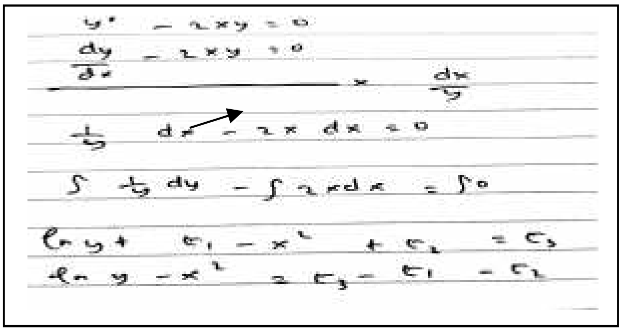
$y = e^{x^2}.e^{C}$ jika $e^C = A$, maka didapat : $y = Ae^{x^2}$

Jadi solusi dari persamaan diferensial $y' = 2xy$ adalah $y = Ae^{x^2}$

Seperti yang dijelaskan pada soal pertama, kelemahan pemahaman konsep mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa ini terlihat dari beberapa indikator yang tidak bisa dikuasai dengan benar oleh mahasiswa. Gambar 1 menyajikan jawaban mahasiswa yang salah. Mahasiswa tidak dapat memisahkan peubah pada persamaan diferensial, sehingga tahap aksi pada permasalahan ini tidak tercapai. Untuk jawaban benar tahap aksi dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 1. Jawaban mahasiswa yang salah pada tahap aksi

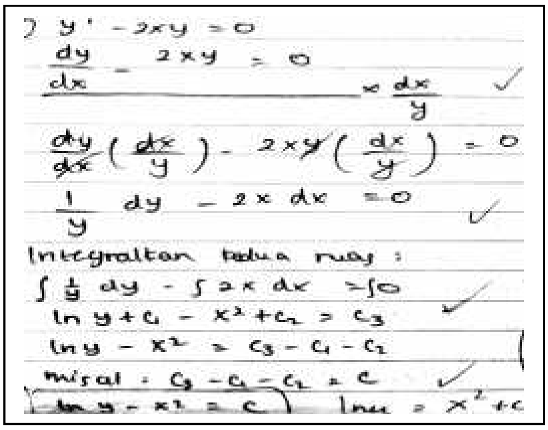


Gambar 2. Jawaban mahasiswa yang benar pada tahap aksi

Andaikan kemampuan mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsep bisa dikuasai, maka mahasiswa dapat melihat dengan jelas bahwa persamaan diferensial yang terdapat pada soal nomor 2 tersebut merupakan persamaan diferensial biasa orde satu, dengan dua peubah (x dan y) yang masih terletak berdampingan, maka mahasiswa sudah dapat membayangkan bahwa metode yang dapat digunakan adalah dengan memisahkan peubah terlebih dahulu kemudian baru diintegralkan.

Pada gambar 2 terlihat bahwa mahasiswa dapat memisahkan peubah namun, teknik pengintegralan pada langkah selanjutnya tidak tepat, suku pertama memuat peubah *y* namun mahasiswa masih menuliskan operator integral terhadap *x* (*dx*).

Tahap proses dan objek ditunjukkan oleh jawaban mahasiswa pada Gambar 3.



Gambar 3. Jawaban mahasiswa yang benar pada tahap proses

Pada Gambar 3, terlihat mahasiswa sudah bisa memisahkan peubah dan teknik integral yang digunakan sudah benar. Pada tahap ini, pemahaman mahasiswa sudah berada pada tahap proses. Mahasiswa yang pemahamannya berada pada tahap ini hanya ada satu orang yaitu : MM. Pemahaman MM bahkan sudah pada tahap objek, karena dia berhasil menuliskan dengan benar cara menyelesaikan persamaan diferensial, yaitu dengan menggunakan metode pemisahan peubah.

Selanjutnya, dua indikator terakhir dari kemampuan pemahaman konsep berhasil dikuasai oleh MM. MM mampu untuk menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan jalan menyelesaikan soal dengan langkah-langkah yang tepat, dan MM juga mampu mengaplikasikan konsep/algoritma ke pemecahan matematika. Oleh karena itu, MM berhasil menjawab soal kedua dengan tepat, sehingga MM mampu memahami persamaan diferensial sebagai skema, skema turunan dan integral juga telah dikuasai dengan baik oleh MM. Menurut Dubinsky & McDonald (2001) skema merupakan tahap yang paling sulit, karena melibatkan banyak konsep. Oleh karena itu, hanya sedikit mahasiswa yang pemahamannya bisa sampai pada tahap ini.

Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan yang kedua ini banyak terletak pada kurang pahamnya mahasiswa pada konsep turunan, diferensial dan integral. Hal ini sejalan dengan pendapat Syarifah (2017) yang menyatakan bahwa "umumnya mahasiswa mengalami kesulitan dalam memilih prosedur atau operasi apa yang akan diselesaikan terlebih dulu".

Pembelajaran tentang topik turunan yang biasa dilakukan oleh mahasiswa terpaku pada penekanan untuk menghafalkan rumus-rumus turunan. Seperti pendapat Fahinu (Rohana & Ningsih, 2016) yang menyatakan bahwa "proses pembelajaran di perguruan tinggi terlalu berfokus pada aspek *doing*, tetapi kurang memperhatikan aspek *thinking*."

Berdasarkan analisis data dari dua permasalahan tersebut, diketahui bahwa pemahaman mahasiswa tentang konsep persamaan diferensial biasa hanya berada pada tahap aksi, mahasiswa kesulitan untuk dapat mencapai tahap proses, objek dan skema. Selain itu, indikator kemampuan pemahaman konsep matematis yang tidak dapat tercapai dalam penelitian ini adalah mahasiswa tidak dapat mengklasifikasikan objek matematika dengan benar, mahasiswa kurang mampu dalam menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu, dan mahasiswa kurang mampu mengaplikasikan konsep/algoritma ke pemecahan matematika.

D. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah penulis dapatkan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut : (1) Kemampuan pemahaman konsep mahasiswa tentang persamaan diferensial biasa berdasarkan teori APOS hanya berada pada tahap aksi, (2) Kemampuan pemahaman konsep yang masih lemah ini, sebagian besar disebabkan oleh pembelajaran persamaan diferensial biasa yang hanya terpaku pada rumus dan prosedur penyelesaian, bukan pada pemahaman konseptual.

Oleh karena itu, melihat dari hasil kajian yang didapatkan, penulis merasa perlu untuk menyampaikan beberapa saran sebagai berikut : kemampuan pemahaman konsep mahasiswa agar dapat diketahui dan dianalisis, sehingga dosen secara langsung bisa mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran untuk memperbaiki konsep yang kurang dipahami, terutama konsep turunan dan integral.

DAFTAR PUSTAKA

Czocher, J.A., Tague, J., & Baker, G. (2013). *Coherence from Calculus to Diferential Equations*. Tersedia : http://pzacad.pitzer.edu/~dbachman/RUME_XVI_Linked_Schedule/rume16_submission_94.pdf.

Dubinsky, E. (1991). *Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking.* Tersedia : http://www.math.kent.edu/~edd/RAMT.pdf.

Dubinsky, E., et al. (1995). *Understanding the Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Schema.* Tersedia : http://homepages.ohiodominican.edu/~cottrilj/concept-limit.pdf.

Dubinsky, E., & McDonald, M.A. (2001). *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*. Tersedia : http://www.math.kent.edu/~edd/ICMIPaper.pdf.

Finizio, N., & Ladas, G. (1988). *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*. Jakarta : Erlangga.

Helma & Yerizon. (2012). *Peningkatan Pemahaman dan Penalaran Matematis Mahasiswa Calon Guru dengan Konstruksi Mental APOS*. Tersedia : http://repository.unp.ac.id/1433/1/HELMA_11_12.pdf

Kesumawati, N. (2008). *Pemahaman Konsep Matematik dalam Pembelajaran Matematika*. Tersedia : http://eprints.uny.ac.id/6928/1/P-18%20Pendidikan%28Nila%20K%29.pdf.

Mallet, D.G., & McCue, S.W. (2009). Constructive development of the solutions of linear equations in introductory ordinary differential equation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40*(5), pp. 587-595.

Ningsih, Y.L. (2016). Kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa melalui penerapan lembar aktivitas mahasiswa (LAM) berbasis teori APOS pada materi turunan. *Edumatica, 6*(1), hal.1-8.

Nizarwati, Hartono, Y., & Aisyah, N. (2009). Pengembangan perangkat pembelajaran berorientasi konstruktivisme untuk mengajarkan konsep perbandingan trigonometri siswa kelas X SMA. *Jurnal Pendidikan Matematika, 3*(2), hal. 57-72.

Rohana & Ningsih, Y.L. (2016). Model pembelajaran reflektif untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis mahasiswa calon guru. *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika*, *Volume 9*(2), hal. 145-158. Tersedia pada: http://jurnal.untirta.ac.id/index.php/JPPM/article/view/992/793.

Syarifah, L.L. (2017). Analisis kemampuan pemahaman matematis pada mata kuliah pembelajaran matematika SMA II. *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika, Volume 10*(2), hal.58-71. Tersedia pada: http://jurnal.untirta.ac.id/index.php/JPPM/article/view/2031/1573

Stewart, S., & Thomas, M. (2009). *Linear Algebra Snapshots through APOS and Embodied, Symbolic and Formal Words of Mathematical Thinking*. Tersedia : http://www.merga.net.au/documents/Stewart_RP09.pdf

Suhandri. (2016). Meningkatkan kemampuan pemahaman matematis siswa SMP/MTs dengan menggunakan strategi konflik kognitif. *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika, Volume 9*(2), hal. 240-249. Tersedia pada: http://jurnal.untirta.ac.id/index.php/JPPM/article/view/1003/801.

Tall, D. (1992). *Students' difficulties in calculus*. Tersedia : http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdf5/dot1993k-calculus-wg3-icme.pdf.

Tossavainen, T. (2009). Who can solve 2x=1? – an analysis of cognitive load related to learning linear equation solving. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *6*(3), pp. 435-448.

Valcare, M.C, & Diaz, J. P. (2013). *Initial Diagnostic Assessment to Support Learning*. Tersedia :http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG14/WG14_Codes_Valcarce.pdf.

Weber, K. (2002). *Students' Understanding of Exponential and Logarithmic Functions*. Tersedia : http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap145.pdf