

**DESAIN PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN DENGAN
PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK
UNTUK MEMBANGUN PEMAHAMAN RELASIONAL
PADA TOPIK BARISAN-DERET**

Novelin Gracia^{1)*}, Wardani Rahayu²⁾, Lukman EL Hakim³⁾
Program Studi Magister Pendidikan Matematika Universitas Negeri Jakarta

novelin.gracia@gmail.com

ABSTRACT

This study aims to determine the students' relational understanding after learning using the PMRI is done to the material of sequence and series of arithmetic and geometric in class VIII. This type of research is design research. The subjects of this study were 23 students of class VIII-4 Pelangi Kasih Junior High School. Data collection techniques used were observations (video and voice recording), interview, and giving 5 post test questions. This study used Asian Games as a context especially in run race. The result of this study is learning trajectory based on hypothetical learning trajectory that composed before experiment. Data analyzing was descriptive. After the experiment, obtained that students relational understanding (to describe, to compare, to evaluate, and to explain) was developed based on post test results.

Keywords: *Design Research, Realistic Mathematics, Sequence and Series, Relational Understanding*

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk membangun pemahaman relasional siswa setelah dilaksanakan pembelajaran menggunakan pendekatan PMRI pada materi barisan-deret aritmetika dan geometri di kelas VIII. Jenis penelitian ini adalah *design research*. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII-4 SMP Pelangi Kasih yang berjumlah 23 siswa. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah observasi (video dan rekaman suara), wawancara, dan pemberian soal tes berjumlah 5 soal yang berbentuk uraian. Penelitian ini memakai konteks Asian Games khususnya dalam cabang olahraga lari. Hasil dari penelitian ini berupa lintasan belajar berdasarkan hipotesis lintasan belajar yang telah disusun sebelumnya. Analisis data yang digunakan adalah deskriptif. Setelah dilakukan penelitian, diperoleh bahwa pemahaman relasional siswa berkembang berdasarkan hasil tes akhir yang disusun berdasarkan empat indikator pemahaman relasional (*to describe, to compare, to evaluate, dan to explain*).

Kata kunci: *Design Research, Matematika Realistik, Barisan dan Deret, Pemahaman Relasional*

A. PENDAHULUAN

Pendidikan adalah dasar yang penting untuk kehidupan manusia. Mulai dari usia dini, dewasa, hingga lanjut usia, manusia tidak berhenti belajar dalam hidupnya. Pendidikan secara formal terjadi di dalam sekolah dan salah satu mata pelajaran wajib di setiap jenjang adalah matematika. Matematika dianggap sebagai mata pelajaran yang sulit dan sangat abstrak oleh siswa (Al A'raf, 2015). Salah satu faktor penyebab hal ini yaitu kurangnya kemampuan berhitung, menganalisis, usaha, dan motivasi dari dalam diri siswa (Astawa, 2016). Hal tersebut membutuhkan kesadaran dari dalam diri siswa sendiri untuk mau berubah. Usaha lain yang dapat dimaksimalkan adalah dari segi pendidik dalam menyampaikan materi pembelajaran matematika. Guru sebagai pendidik dapat meningkatkan perencanaan pembelajaran serta menyesuaikan dengan kondisi siswa dimasing-masing sekolah sehingga siswa dapat belajar secara kontekstual dan lebih memahami pembelajaran matematika.

Matematika erat kaitannya dengan penggunaan logika berpikir dan pemakaian rumus hampir diseluruh topik yang dipelajari. Rumus dan konsep matematika akan mudah dilupakan jika siswa tidak menemukan dan mengkonstruksinya sendiri. Pemahaman untuk membuat dan memahami bagaimana cara membangun konsep dan rumus akan berdampak positif

bagi ingatan siswa. Rumus-rumus secara tidak langsung memang akan dihapalkan siswa, khususnya pada masa-masa menuju ujian nasional (UN), tetapi jika siswa memahami setiap konsep dan rumus maka disaat siswa lupa, mereka dapat mengkonstruksinya kembali.

Beberapa rumus yang sering diulangi untuk diingat kembali adalah rumus-rumus dari topik barisan dan deret aritmetika dan geometri. Hal ini terlihat jelas dalam uji yang dilakukan, yaitu siswa belum begitu memahami konsep dari deret, belum dapat membedakan jenis barisan aritmetika dan geometri, lupa akan rumus-rumusnya, dan tentu saja siswa kesulitan untuk mengkonstruksi rumus secara individu. Uji awal ini menjadi dasar untuk dilakukannya suatu penelitian yang akan membantu siswa dalam memahami konsep dan rumusan matematika secara utuh. Pendekatan pembelajaran yang dianggap mampu menjembatani pemahaman relasional siswa dengan matematika adalah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

PMRI sudah terbukti berhasil menanamkan konsep barisan dan deret matematika kepada siswa. Dalam penelitian yang ditulis sebelumnya dengan menggunakan panjang pita dan stik es krim untuk membuat pola segitiga, dapat meningkatkan penalaran matematika siswa (Octriana, 2019). Beberapa penelitian lainnya, memakai tumpukan gelas plastik

ataupun anak tangga untuk konteksnya. Dalam penelitian kali ini, konteks yang akan digunakan adalah *Asian Games*. Khususnya panjang lintasan lari (untuk konsep barisan dan mengkonstruksi rumus jumlah barisan aritmetika), lari estafet (untuk konsep deret), tahun pelaksanaan *Asian Games* dan waktu untuk berlari (untuk membangun rumus suku barisan aritmetika), sistem seleksi pelari (untuk membuat rumus suku barisan geometri), piramida susunan minuman berenergi (untuk konsep barisan aritmetika tingkat dua), dan panjang lintasan bola yang memantul (untuk menemukan rumus jumlah barisan geometri). Seluruh soal dalam Lembar Aktifitas Siswa (LAS) mendukung konteks awal yaitu *Asian Games*, sehingga diharapkan mampu membangun pemahaman relasional siswa karena siswa secara nyata dapat merasakan dan membayangkannya.

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pemahaman relasional siswa setelah dilaksanakan pembelajaran menggunakan pendekatan PMRI pada materi pola bilangan di kelas VIII.

B. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah *design research*. Subjek pada penelitian ini adalah siswa kelas VIII-4 SMP Pelangi Kasih yang berjumlah 24 siswa. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah observasi (video, foto, dan rekaman suara kelompok),

hasil pemberian soal tes berjumlah 5 soal yang berbentuk uraian, dan wawancara. Analisis data yang digunakan adalah deskriptif. Penelitian ini dilaksanakan sesuai dengan tahapan yaitu: mempersiapkan percobaan, bereksperimen di kelas, dan melakukan analisis retrospektif (evaluasi).

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada tahap mempersiapkan percobaan, peneliti menyusun perangkat pembelajaran berupa RPP, Lembar Aktivitas Siswa (LAS), Hipotesis Lintasan Belajar (HLB), dan soal evaluasi pemahaman relasional dengan pendekatan PMRI. Adapun hasil dari kegiatan mempersiapkan percobaan adalah: (1) Pembelajaran barisan dan deret dilaksanakan dalam 8 kali pertemuan, 4 pertemuan (3x40 menit) dan 4 pertemuan lainnya (2x40 menit), (2) Sembilan LAS yang dirancang sesuai dengan konteks *Asian Games*, (3) Sesuai dengan indikator pemahaman relasional dibuat 5 soal esai sebagai soal evaluasi.

Pada tahap bereksperimen di kelas, dilaksanakan pembelajaran dengan pendekatan matematika realistik. Terdapat 5 karakteristik dalam pendekatan ini: *phenomenological exploration* (permasalahan konteks yang kaya dan bermakna dan berbagai aktivitas diperlukan, dalam hal ini mengambil konteks *Asian Games*), *using models and symbols for progressive mathematization* (penggunaan

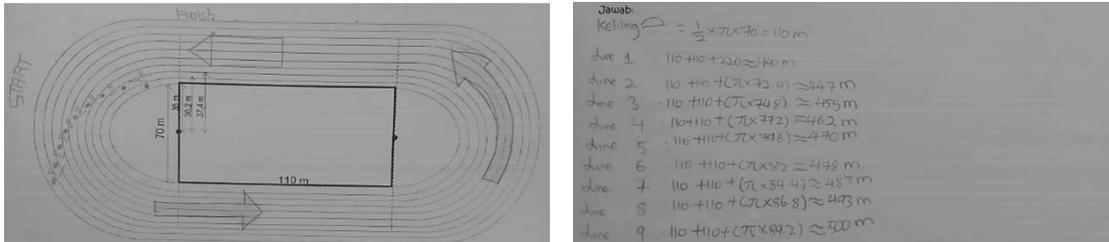
model atau simbol untuk memudahkan siswa mengerti, salah satunya memodelkan lintasan lari dua dimensi), *using students' own construction and productions* (hasil konstruksi siswa dalam penemuan rumus), *interactivity* (pembelajaran sosial dengan berkelompok), dan *intertwinement* (keterkaitan antara matematika dengan ilmu lainnya, seperti: olahraga, ekonomi, dsb). Kelima karakteristik tersebut telah dilebur ke dalam HLB, RPP dan LAS yang telah disusun sebelumnya.

Selanjutnya dalam penelitian ini diperlukan seorang guru sebagai observer dan seorang lainnya sebagai perekam video selama pembelajaran berlangsung. Pembelajaran dimulai dengan menuntun siswa pada *Asian Games* dan fokus pada lintasan lari (lari estafet atau konteks lainnya yang telah disebutkan dalam pendahuluan), siswa dibentuk dalam kelompok masing-masing 4 orang, selanjutnya siswa mengerjakan LAS dan berdiskusi bersama kelompoknya. Selama proses diskusi berlangsung, guru bertugas untuk mendorong munculnya karakteristik-karakteristik pendekatan PMRI dengan menjawab pertanyaan sesuai dengan dugaan yang telah dibuat sebelumnya dalam HLB. Pembelajaran dilanjutkan dengan presentasi jawaban dari perwakilan kelompok yang tepat (atau belum tepat), dan berdiskusi bersama. Pada akhir pembelajaran guru

meminta siswa untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Delapan kegiatan belajar yang disusun sebelumnya bertambah menjadi sepuluh kali pertemuan, hal ini dikarenakan proses pembagian dan persiapan untuk setiap kelompok siswa (merekam proses diskusi), serta menuntun siswa ke arah konteks membutuhkan waktu karena pendekatan ini belum pernah dilakukan sebelumnya. Penambahan kegiatan juga terjadi karena diskusi kelas pada tiap contoh barisan dan deret yang diberikan oleh setiap kelompok berjalan dengan interaktif. Kesepuluh kegiatan pembelajaran tersebut sebagai berikut:

Pertemuan Pertama: Menemukan Konsep Barisan dari Video yang Diputarkan. Pertemuan pertama siswa tidak diberitahu topik dari pembelajaran yang akan dipelajari, guru menuliskan topik berjudul “?” pada slide yang ditampilkan. Lalu membukanya dengan tanya jawab dengan siswa tentang *event* yang akan berlangsung di Indonesia. Guru menampilkan video yang telah disiapkan sebelumnya, yaitu video yang menampilkan Renovasi Stadion Utama Gelora Bung Karno (SUGBK) dan video seseorang yang sedang membuat lintasan lari di SUGBK. Guru mengarahkan siswa untuk fokus pada lintasan lari dan menemukan konsep barisan dari lintasan lari tersebut.



Gambar 1. Menghitung Keliling Lintasan Lari dan Menemukan Konsep Barisan

Pertemuan Kedua: Menemukan Konsep Deret dari Video yang Diputar dan Memberikan Contoh Nyata dari Barisan dan Deret. Pada pertemuan ini guru memutar video tentang lari estafet dan memfokuskan siswa untuk mengamati beberapa hal: jenis lari, posisi, dan pemenangnya. Guru meminta siswa untuk mengerjakan LAS 2 yang berhubungan dengan video lari estafet yang telah ditampilkan sebelumnya dan menemukan pola penjumlahan setiap pelari dimulai dari pelari pertama hingga terakhir. Masing-masing kelompok belajar mendefinisikan konsep deret dan menyebutkannya pada diskusi kelas, hingga mendapatkan definisi yang tepat.

Pertemuan Ketiga: Memberikan Contoh Nyata Tentang Barisan dan Deret dan Menemukan Rumus Suku Barisan Aritmetika. Pembelajaran masuk pada LAS

3 yang meminta siswa untuk mendiskusikan contoh real yang ada tentang barisan dan deret menurut kelompok masing-masing. Nantinya contoh ini akan dituliskan barisannya di papan tulis oleh guru dan dapat diberikan kritik dan saran oleh siswa lainnya. Didapatkan bahwa kelompok siswa tertentu sudah mengerti apa itu pengertian dari barisan yang monoton (contoh nyata yang mereka berikan tentang pembelian album Korea setiap bulan sekali), yaitu jika angkanya sama pada semua dalam satu barisan. Setelah diskusi tersebut siswa diarahkan dengan pertanyaan yang ada untuk menemukan rumus suku ke- n atau U_n dari barisan aritmetika dengan menggunakan LAS yang ada. Guru meminta salah satu siswa untuk menuliskan jawabannya di papan tulis agar dapat dipahami dan dikritisi oleh siswa lainnya.

Suku ke-1	1950	$u_1 = 1950 - 1 = 1949$
Suku ke-2	1954	$u_2 = 1954 - 1 = 1953$
Suku ke-3	1958	$u_3 = 1950 + 4 + 4 = 1958$
Suku ke-4	1962	$u_4 = 1950 + 4 + 4 + 4 = 1962$
Suku ke-5	1966	$u_5 = 1950 + 4 + 4 + 4 + 4 = 1966$
Suku ke-6	1970	$u_6 = 1950 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 1970$
Suku ke-n	-	$u_n = 1950 + 4(n-1)$

Gambar 2. Hasil Konstruksi Rumus Suku Barisan Aritmetika

Pertemuan Keempat: Menemukan dan menggunakan Rumus Suku Ke-n (U_n) Dari Barisan Geometri. Siswa mengerjakan LAS dengan mencoba mengaitkan angka 5, 10, 20, 40, Siswa mulai mencoba untuk mengkonstruksi barisan dengan pertanyaan pengarah dari guru. Sebagian siswa menyadari bahwa pola yang dipakai akan tetap sama, yaitu suku awal akan tetap menjadi bilangan dasar dan akan dikalikan

dengan bilangan yang membedakan dengan suku selanjutnya (yang akan disebut dengan rasio). Pada tahap konstruksi ini terjadi proses integrasi dengan topik lainnya yaitu bilangan berpangkat (indices). Proses penemuan rumus dilakukan di dalam kelompok dan lebih sedikit pertanyaan dari siswa karena telah ada penemuan sebelumnya. Berikut hasil rumus konstruksi siswa.

Suku ke-1	2048	$u_1 = 2048$
Suku ke-2	1024	$u_2 = 2048 \times \frac{1}{2} = 1024$
Suku ke-3	512	$u_3 = 2048 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 512$
Suku ke-4	256	$u_4 = 2048 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 256$
Suku ke-5	128	$u_5 = 2048 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 128$
Suku ke-n	-	$u_n = 2048 \times \frac{1}{2}^{(n-1)}$

Gambar 4. Hasil Konstruksi Rumus Suku Barisan Geometri

Siswa dapat dibimbing sampai kepada perbedaan pola barisan penambahan atau pengurangan dan perkalian atau pembagian. Siswa juga dapat menuliskan kembali rumus suku ke-n dari masing-masing barisan. Tetapi siswa dipastikan tidak dapat menyusun sendiri nama barisan “aritmetika” dan “geometri” dalam pikiran siswa, kecuali siswa telah membaca dan mempersiapkan diri sebelumnya dengan membaca dari sumber seperti buku teks atau lewat internet.

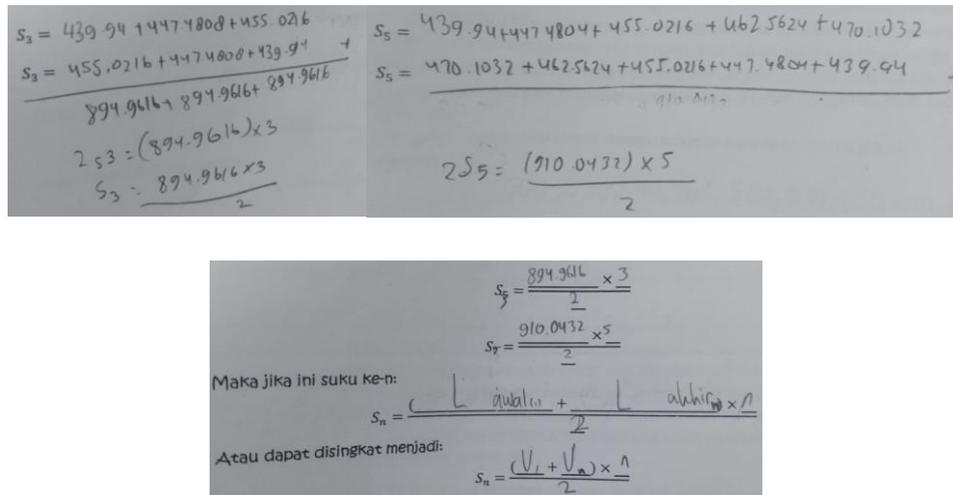
Pada akhir LAS terdapat kesimpulan, di dalamnya guru telah menuliskan penamaan pola khusus untuk aritmetika dan geometri.

Pertemuan Kelima: Menggunakan rumus suku ke-n (U_n) aritmetika dan geometri dalam pengerjaan soal. Pada tahap ini siswa tidak lagi diberikan soal-soal yang kontekstual, tetapi lebih ke pemakaian rumus (*mathematics for*). Sedangkan untuk soal tertentu, banyak siswa yang mengerjakannya secara manual, diurutkan

angka-angka dari 1 sampai 50. Guru menjelaskan dengan menggunakan rumus barisan kepada siswa. Agar lebih menarik, guru memberikan poin bagi setiap kelompok yang berhasil menjawab soal dengan benar. Pada akhir pembelajaran guru membacakan perolehan poin sementara setiap kelompok.

Pertemuan Keenam: Menemukan dan Menggunakan Rumus Jumlah (S_n) Aritmetika. Pertemuan ini dimulai dengan mengingatkan kembali lintasan lari yang telah dihitung sebelumnya di LAS 1. Pada LAS 7 siswa diberikan pertanyaan-pertanyaan pengarah untuk mencari total jarak lintasan lari khususnya S_3 dan S_5 . Di

nomor 1e, pertanyaan pengarah untuk S_3 , siswa diminta untuk menjumlahkan Lintasan 1 + Lintasan 2 + Lintasan 3 dan kebalikannya Lintasan 3 + Lintasan 2 + Lintasan 1. Siswa dalam kelompok berdiskusi dan mencari S_5 , selanjutnya guru meminta siswa untuk menemukan persamaan dan mengarahkan untuk mencari S_n -nya. Kelompok-kelompok berdiskusi, beberapa membutuhkan pengarah saat guru berkeliling. Akhirnya guru meminta salah satu perwakilan kelompok untuk maju, menjelaskan dan menuliskan rumus S_n dari aritmetika.



Gambar 5. Hasil Konstruksi Rumus Jumlah Barisan Aritmetika

Pertemuan Ketujuh: Menemukan Perbedaan Jenis Barisan Aritmetika. Sebelum menemukan rumus jumlah geometri, guru memberikan LAS 8 agar siswa dapat membedakan terlebih dahulu bahwa barisan aritmetika tidak hanya sejenis

saja tetapi ada beberapa. Konteks yang diberikan kepada siswa adalah kaleng minuman berenergi yang disusun dalam bentuk piramida. Beberapa kelompok siswa dengan yakin mengatakan bahwa jumlah minuman berenergi dari setiap lapisannya

merupakan sebuah barisan angka yaitu 1, 3, 6, 10, ..., tetapi ketika ditanyakan “apakah bedanya atau rasionya tetap?” siswa mulai kebingungan apakah angka-angka tersebut termasuk dalam barisan. Guru mengarahkan bahwa bedanya adalah 2, 3, 4, dan seterusnya “dimana beda tetapnya?”, seorang siswa mengatakan: “dari angka 2, 3, 4, ... terdapat bedanya 1.” Siswa memahami bahwa barisan aritmetika dapat dicari perbedaannya sampai dengan dua kali bahkan tiga kali pencarian beda yang tetap, barisan ini disebut juga dengan aritmetika bertingkat.

Pertemuan Kedelapan: Menemukan dan Menggunakan Rumus Jumlah (S_n) Geometri. Pada awal pembelajaran guru

Guru : “Kemarin saat mencari rumus aritmetika, masih ingat caranya? Kedua persamaan di?”

Siswa 1 : “Dikurang”

Guru : “Yakin?”

Siswa : “Ditambah”

Guru : “Mengapa?”

“Karena kita ingin mempertahankan huruf S -nya.”

“Sekarang, apabila caranya sama yaitu kita tambahkan kedua persamaan, apakah ada angka yang sama seperti pada cara yang lalu?”

Siswa : “Berbeda-beda angkanya”

Guru : “Berarti, buat apa ya kalau berbeda-beda angka”

“Kalau begitu, kita coba pikirkan cara lain”

Siswa : “Dikurang”

Siswa 1 : “ S_3 -nya hilang”

Guru : “Nah, kita harus tetap mempertahankan S_3 disini, agar nantinya dapat menjadi rumus S_n ”

“Dalam rumus suku dan jumlah aritmetika ada huruf: a , b , n , dan 1 .” “Maka, dalam rumus geometri ada huruf: a , r , n , dan 1 .”

“Kira-kira huruf apa dari a , r , n , dan 1 yang dapat kita tambahkan dalam persamaan?”

Siswa 1 : “ r ”

Guru : “Nah, kita mau apakan r nya?” “Digunakan disebelah mana?”

Siswa 2 : “Dikalikan bawah”

Guru : “Dikalikan di bawah atau di atas sebenarnya sama saja”, “ r soal ini berapa?”

Siswa : “Setengah”

Guru : “Berarti kalau saya kalikan dengan r yang adalah setengah, maka hasilnya berapa?”

“Matematika itu adil, jadi jika ruas kiri dikalikan dengan setengah, maka ruas kanan dikalikan dengan?”

Siswa : “Setengah.”

meminta siswa untuk menggambarkan soal nomor 1 yang diberikan pada LAS 9 tentang pantulan bola. Selanjutnya siswa mencoba menghitung jarak sampai dengan pantulan ke-3 (S_3) dan ke-5 (S_5). Jawaban dalam LAS siswa banyak tertulis cara pengerjaan mencari S_3 dan S_5 adalah dengan menghitungnya satu persatu. Guru menuntun siswa dengan pertanyaan-pertanyaan pengarah (*guided questions*) di depan kelas, karena tidak cukup waktu apabila harus berkeliling ke setiap kelompok. Guru mengingatkan Siswa pencarian S_n aritmetika, bahwa membutuhkan dua persamaan. Selanjutnya guru menuliskan dua persamaan S_3 .

Guru terus memberikan pertanyaan pengarah, bahwa kedua persamaan dapat ditambah atau dikurang, tetapi akan lebih sederhana hasilnya jika dikurang. Siswa diminta untuk tidak langsung menghitung hasil dari S_3 dan S_4 dalam angka tunggal,

tetapi meminta siswa untuk membiarkannya tidak disederhanakan agar lebih mudah mencari kesamaan kedua hasil untuk menuju S_n . Berikut adalah cara siswa menghubungkan keduanya:

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are two boxes. The top box shows the derivation of S_3 by subtracting $\frac{1}{2}S_3$ from S_3 , resulting in $S_3 = \frac{6-0.75}{1-\frac{1}{2}}$. The bottom box shows the derivation of S_4 by subtracting $\frac{1}{2}S_4$ from S_4 , resulting in $S_4 = \frac{6-0.375}{1-\frac{1}{2}}$. On the right, there is a larger box with the question 'Apakah persamaan dan hubungan dari jawaban di 1 f) dan 1 g)?' and the answer 'Jawab:'. It shows the derivation of S_3 and S_4 using the same subtraction method, and then the general formula for $S_n = \frac{a-ar^{n+1}}{1-r} = \frac{a(1-r^{n+1})}{1-r}$. At the bottom, it says 'Maka jika ini jumlah sampai suku ke-n: $S_n = \frac{a \times (1-r^{n+1})}{1-r}$ '.

Gambar 6. Hasil Konstruksi Rumus Jumlah Barisan Geometri

Pertemuan Kesembilan: Mengerjakan Soal Latihan Dengan Keempat Rumus yang Telah Ditemukan. Guru bersama-sama dengan siswa menyebutkan (dan menuliskan di papan tulis) kembali rumus-rumus yang telah ditemukan. Selanjutnya guru menyampaikan bahwa materi yang harus diajarkan telah selesai dan hari ini akan dikhususkan untuk latihan yang telah disiapkan pada LAS 10. Siswa mengerjakan dan mendiskusikannya dalam kelompok. Soal-soal yang diberikan pada LAS 10 mengulang kembali konsep yang telah dipelajari.

mengulang kembali materi yang telah dipelajari dalam LAS yang telah diberikan. Sebelum memulai tes, guru memberikan *review* singkat untuk mengingatkan kembali Siswa pengertian dari barisan atau deret aritmetika dan geometri serta rumus-rumus yang telah ditemukan sebelumnya. Selanjutnya siswa mengerjakan tes dalam waktu 40 menit. Guru mengucapkan rasa terima kasih karena telah melakukan yang terbaik dalam pembelajaran di kelas dan membagikan *reward* kepada setiap kelompok berdasarkan hasil poin yang telah diakumulasikan.

Pertemuan Kesepuluh: Mengerjakan Tes Akhir Secara Individu. Pada pertemuan sebelumnya siswa telah diminta untuk

Setiap kali selesai pertemuan, dari yang pertama hingga yang kesepuluh, guru mengolah hasil pekerjaan siswa dan

mendengarkan rekaman diskusi siswa dalam kelompok, bila ada beberapa hal yang perlu ditanyakan maka guru akan melakukan wawancara untuk memastikan dugaannya. Lalu menuliskan data tersebut untuk dimasukkan dalam tahap analisis.

Tahap analisis retrospektif (evaluasi) adalah tahap yang terakhir dalam penelitian. Peneliti mengumpulkan data, dan observer bertugas menyampaikan temuan-temuannya di lapangan. Adapun temuan-temuan dari observer berupa kondisi dan proses belajar peserta didik serta saran dan masukan yang positif dapat digunakan untuk merancang kembali pembelajaran yang lebih baik (Purwati & Supandi, 2012). Analisis dilakukan pada setiap kegiatan pembelajaran, ke-6 subyek penelitian, dan hasil uji tes akhir untuk menguji pemahaman relasional. Pada akhirnya peneliti, guru dan observer merampungkan Lintasan Belajar siswa dalam kesepuluh pertemuan tersebut.

Hanya saja ada hal-hal baru yang ditemukan yang perlu ditambahkan dalam HLB. Misalnya: adanya penggunaan rumus lingkaran yang menggunakan radian pada pencarian lintasan lari, soal cerita barisan geometri untuk latihan soal di LAS 6, rumus suku untuk mencari barisan aritmetika tingkat dua dan tiga, pengenalan dua rumus jumlah barisan geometri, dan 1 sampai 2 soal uji di akhir setiap pertemuan.

Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) yang telah disusun sebelumnya masih

berupa perkiraan lintasan belajar yang akan terjadi di dalam kelas, setelah penelitian mengalami beberapa perubahan. Perubahan dan hal-hal baru yang terjadi di dalam kelas, merevisi HLB menjadi Lintasan Belajar yang sesungguhnya terjadi. Lintasan belajar merupakan hasil dari metode *design research* dengan pendekatan pendidikan matematika realistik.

Perubahan dan penerapan pembelajaran ditampilkan dalam Tabel 2 Lintasan Belajar (setelah halaman Daftar Pustaka). Tabel 2 berisi tentang hal-hal yang terjadi di dalam kelas sewaktu penelitian berlangsung, terdiri dari: aktivitas siswa, lintasan belajar yang terjadi di kelas (yang telah disesuaikan dengan karakteristik pendekatan matematika realistik), sampai kepada reaksi guru dan tanggapan siswa. Semua tertulis dengan lengkap dan terperinci, karena sebelumnya telah dipikirkan pertanyaan-pertanyaan untuk ditanyakan guru yang dapat men-*trigger* reaksi atau jawaban siswa dalam HLB. Lintasan belajar ini diharapkan dapat diterapkan oleh peneliti atau guru lainnya untuk mempelajari topik barisan dan deret (dengan mengikuti RPP dan menggunakan LAS yang telah dibuat khusus untuk materi ini) dan mengalami peningkatan dalam pemahaman relasionalnya.

Analisis terhadap ke-6 Subyek Penelitian (SP) menunjukkan hasil yang beragam karena kemampuan awal masing-

masing subyek berbeda. Selama pembelajaran rata-rata SP dapat berkomunikasi dan berdiskusi dengan baik di dalam kelompoknya, kecuali SP 6. Pembelajaran dalam kelompok berdampak pada hasil pemahaman relasional siswa dengan pendekatan PMRI. SP1, SP2, dan SP3 mengerjakan setiap soal akhir dan memenuhi keempat indikator pemahaman relasional, yaitu: (1) Kemampuan menyatakan kembali konsep matematika yang telah dipelajari (*to describe*), (2) Kemampuan mengklarifikasi apakah suatu objek matematika telah memenuhi syarat definisi atau belum (*to compare*), (3) Kemampuan menginvestigasi hasil dari suatu penerapan konsep matematika (*concept level understanding*), dan (4) Kemampuan membuktikan secara sah suatu konsep matematika (*epistemic level understanding*). Sedangkan SP4 belum

memenuhi indikator (4), karena siswa sudah merasa bahwa soal pembuktian akan sulit untuk dikerjakan. SP5 belum memenuhi indikator (3) dan (4), karena hal yang hampir mirip dengan SP4. Pada wawancara yang dilakukan SP5 adalah siswa yang akan melewati soal-soal yang banyak bacaannya dan juga dirasa sulit olehnya. Sewaktu dalam kelompok SP5 dapat mengikuti diskusi, tetapi ketika tes secara individu SP5 kembali pada karakternya. Oleh karena faktor kelompok dan juga karakter pendiam SP6, indikator yang dicapai hanya indikator (1),(2), dan setengah indikator (3) karena terbalik antara pengertian pola barisan aritmetika dan geometri.

Secara keseluruhan dalam kelas hasil pemahaman relasional oleh siswa terlihat dalam tabel 1 Pencapaian Indikator Pemahaman Relasional pada halaman berikutnya.

Tabel 1. Pencapaian Indikator Pemahaman Relasional

	Indikator (1)	Indikator (2)	Indikator (3)	Indikator (4)
Tercapai	22	21	20	16
Tidak tercapai	1	2	3	7

Tabel menunjukkan bahwa dengan menggunakan pendekatan PMRI maka pemahaman relasional siswa terbangun walaupun belum seluruhnya. Indikator yang paling banyak tidak tercapai adalah indikator ke (4) dengan tipe soal yaitu membuktikan suatu rumus suku geometri. Beberapa siswa tidak menjawab soal, beberapa mencoba menjawab tetapi belum tepat, beberapa

melakukan generalisasi rumus, dan ada pula yang membuktikan rumus dengan tepat.

D. KESIMPULAN DAN SARAN

Pertanyaan penelitian dalam Design Research ini adalah sebagai berikut: “Bagaimana Mengembangkan Pembelajaran Dengan Pendekatan Pendidikan Matematika

Realistik Indonesia untuk Membangun Pemahaman Relasional Peserta Didik Pada Pokok Bahasan Barisan dan Deret di Kelas IX SMP Pelangi Kasih?”. Cara pengembangannya adalah dengan menyusun dan merencanakan HLB sebaik mungkin dengan menggunakan 5 karakteristik PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model untuk matematika progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, interaktivitas dan keterkaitan, yang pada akhirnya akan mendukung ketercapaian indikator-indikator pemahaman relasional siswa yaitu: kemampuan menyatakan kembali konsep yang telah dipelajari, mengklarifikasi suatu objek matematika memenuhi syarat definisi atau belum, menginvestigasi hasil penerapan konsep matematika, dan kemampuan membuktikan secara sah suatu konsep matematika.

Tercapainya lintasan belajar yang diharapkan, didukung oleh penggunaan LAS yang sesuai untuk setiap pertemuannya. LAS yang dibuat memakai konteks Asian Games secara keseluruhan dan pengerjaannya mendukung pemahaman relasional siswa. Agar HLB dapat berjalan dan LAS dapat digunakan diperlukan seorang guru yang mampu untuk menjalankan HLB dan melakukan pendekatan pembelajaran PMRI dengan baik. Guru, observer dan peneliti bersama-sama menjalankan dengan tujuan yang jelas, yaitu pengembangan relasional siswa.

Pemahaman relasional siswa dapat berkembang dengan menggunakan perangkat dalam penelitian ini, hal ini terlihat dalam pembahasan analisis retrospektif di bab sebelumnya. Baik dilihat dari segi SP ataupun hasil dari keseluruhan siswa dikelas berdasarkan hasil tes akhir yang mengandung komponen indikator pemahaman relasional.

Selain mengaitkan pemahaman relasional dengan pendekatan PMRI, pembeda penelitian ini dengan penelitian lainnya adalah: penggunaan konteks Asian Games, pembahasan topik barisan dan deret secara menyeluruh (bukan hanya membahas barisan dan deret aritmetika saja), dan memperkenalkan barisan monoton kepada siswa.

Kesimpulannya adalah erat kaitannya pendekatan PMRI dengan pemahaman relasional. Setiap karakteristik PMRI mendukung pengembangan kemampuan relasional siswa. Selanjutnya beberapa hal yang diluar HLB dan dugaan guru terjadi saat pembelajaran di dalam kelas, hal ini adalah penemuan-penemuan baru yang dapat memperkaya HLB yang ada. Bahwasannya banyak hal yang dapat menjadi ide siswa ketika guru memberikan ruang untuk hal tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriansyah, Ekasatya Aldila. (2016). *Makna Realistic dalam RME dan PMRI*. Garut: STKIP Garut.
- Akker, Jan van den, Koeno Gravemeijer, Susan McKenney, and Nienke Nieveen. (2017). "Educational Design Research." *Online*. <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/EducationalDesignResearch.pdf>. (Diakses 17 Juni 2017).
- Akker, Jan Van Den, Brenda Bannan, Anthony E. Kelly, Nienke Nieveen, dan Tjeerd Plomp. (2013). *Educational Design Research - Part A: An Introduction*. Colophon: Enschede.
- Bakker, Arthur. (2004). "Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools." *Online*. <http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6274>. (Diakses Senin, 23 Oktober 2017).
- Bakker, Arthur & Van Eerde. (2013). *An Introduction To Design Based Research With An Example From Statistics Education*. New York: Springer.
- Chubb, Mark. (2016). "Focus on Relational Understanding." *Online*. <https://buildingmathematicians.wordpress.com/2016/07/31/focus-on-relational-understanding/>. (Diakses 17 Juni 2017).
- Clements, Douglas H, & Julie Sarama. Learning Trajectories in Mathematics Education. *Journal Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Hadi, Sutarto. 2017. *Pendidikan Matematika Realistik: Teori, Pengembangan, dan Implementasinya*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Octriana, I., Putri, R. I. I., & Nurjannah. (2019). Penalaran matematis siswa dalam pembelajaran menggunakan pendekatan PMRI dan LSLC pada materi pola bilangan di kelas VIII. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 13 (2), 131-142.
- Purwati, H., & Supandi. (2011). Meningkatkan kompetensi dan profesionalisme dosen melalui lesson study. *Aksioma: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2 (2).
- Skemp, Richard R. (2017). "Relational Understanding and Instrumental Understanding." *Department of Education, University of Warwick*. *Online*. <https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/01/Skemp-paper1.pdf>. (Diakses 17 Juni 2017).
- Skemp, Richard R. (1977). "Relational Understanding and Instrumental Understanding." *Online*. http://ictedusrv.cumbria.ac.uk/mat/hs/pgdl/unit_1/unit1/page_80.htm. (Diakses 23 Oktober 2017).
- Sembiring, Robert K., Sutarto Hadi, dan Maarten Dolk. (2008). Reforming Mathematics Learning in Indonesian Classroom Through

- RME. *Journal ZDM Mathematics Education 2008*: Springer.
- Van de Walle, John A., Karen S. K., dan Jennifer M. Bay-Williams. 2010. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Boston: Pearson.
- Usiskin, Zalman. 2012. What Does It Mean to Understand Some Mathematics?. (*Proceeding at 12th International Congress on Mathematical Education*). Online. <https://www.icme12.org>. (Diakses 17 Juni 2017).