

PENALARAN KOVARIASIONAL MAHASISWA DALAM MEMODELKAN GRAFIK HUBUNGAN ANTARA WAKTU DAN KECEPATAN

Taufiq Hidayanto^{1)*}, Iskandar Zulkarnain²⁾, Kamaliyah³⁾, Ismail⁴⁾

^{1,2,3,4}Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Lambung Mangkurat

taufiq.hidayanto@ulm.ac.id

ABSTRACT

Covariational reasoning is one form of mathematical reasoning that needs to have both to understand concepts and solve problems relating to everyday life. The reality is that the student's covariational reasoning is relatively low. The purpose of this study was to determine the student's covariational reasoning in modeling the relationship between time and velocity. This study used a qualitative approach with a total of 87 subjects in the third semester. Data analysis was carried out namely data collection, data condensation, data presentation, and concluding. The results showed that students' covariational reasoning was divided into 5 categories, namely students modeling graphs but not meaningful, Students modeling graph by generalizing problems, students modeling graph that continued to rise so that it did not fit the context, students modeling graph whose shape changes did not fit the context, and students modeling graph in detail and fit the context.

Keywords: *covariational reasoning, graph modeling, time and velocity.*

ABSTRAK

Penalaran kovariasional merupakan salah satu bentuk penalarana matematis yang perlu dimiliki seseorang baik untuk memahami konsep maupun menyelesaikan masalah yang berkenaan dengan kehidupan sehari-hari. Realitanya bahwa penalaran kovariasional mahasiswa tergolong rendah. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui penalaran kovariasional mahasiswa dalam memodelkan hubungan antara waktu dan kecepatan. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan subjek sebanyak 87 mahasiswa semester 3. Analisis data yang dilakukan yaitu pengumpulan data, kondensasi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penalaran kovariasional mahasiswa terbagi menjadi 5 kategori, yaitu mahasiswa memodelkan grafik namun tidak bermakna, Mahasiswa memodelkan grafik dengan menggeneralisasi masalah, mahasiswa memodelkan grafik yang terus naik sehingga tidak sesuai konteks, mahasiswa memodelkan grafik yang perubahan bentuknya tidak sesuai konteks, dan mahasiswa memodelkan grafik dengan rinci dan sesuai konteks.

Kata kunci: *penalaran kovariasional, memodelkan grafik, waktu dan kecepatan*

A. PENDAHULUAN

Penalaran dapat diartikan sebagai aktivitas berpikir yang tujuan akhirnya untuk menarik suatu kesimpulan (Adamura & Susanti, 2018; Pamungkas & Yuhana, 2016). Aktivitas berpikir tersebut mencakup mengumpulkan fakta, mengelola,

menganalisis, menjelaskan, dan pada akhirnya adalah menarik suatu kesimpulan (Agustin, 2016). Penalaran merupakan salah satu daya matematis yang harus dimiliki oleh mahasiswa serta merupakan proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta (Purbaningrum, Safitri, &

Pamungkas, 2020). Seseorang akan lebih fleksibel dalam memahami suatu konsep matematika jika bisa menggunakan kemampuan nalarnya dengan baik (Badjeber, 2017). Penalaran memiliki peran penting dalam matematika karena dijadikan sebagai pondasi bagi standar proses lainnya. Selain itu, penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan satu sama lain karena dalam menyelesaikan permasalahan matematika memerlukan penalaran sedangkan kemampuan penalaran dapat dilatih dengan belajar matematika (Kusumawardani, Wardono, & Kartono, 2018). Lebih lanjut, kemampuan penalaran dapat berkembang pada saat siswa menyelesaikan masalah matematika (M & Mulyana, 2018).

Penalaran dalam berpikir matematika dikenal dengan penalaran matematis. Kemampuan penalaran matematis diperlukan mahasiswa baik dalam proses memahami matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam proses memahami matematika, kemampuan penalaran berperan baik dalam pemahaman konsep dan pemecahan masalah. Dalam kehidupan sehari-hari, kemampuan bernalar diperlukan pada saat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang terjadi baik dalam lingkup pribadi, masyarakat dan

institusi-institusi sosial lain yang lebih luas (Adamura & Susanti, 2018).

Salah satu bentuk penalaran matematis adalah penalaran kovariasional. Penalaran kovariasional adalah kegiatan kognitif yang berupa pengoordinasian dua kuantitas berbeda dengan memperhatikan proses berubahnya ketika dihubungkan satu sama lain (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2002; Thompson & Carlson, 2017). Dua kuantitas tersebut dikenal dengan variabel-variabel yang saling berhubungan. Menurut (Subanji, 2011), kegiatan kognitif dapat disamakan dengan aktivitas mental. Aktivitas mental merupakan proses yang terjadi di dalam pikiran yang dapat diamati melalui perilaku yang nampak berupa hasil penyelesaian tugas atau pernyataan-pernyataan subjek dalam menyelesaikan tugas yang diberikan. Dengan demikian, penalaran kovariasional didefinisikan sebagai aktivitas mental yang mengoordinasikan variabel bebas dan variabel kontrol dengan memperhatikan proses perubahan variabel terikatnya berdasarkan perubahan setiap variabel kontrolnya. Aksi mental dalam penalaran kovariasional menurut kerangka kerja (Carlson et al., 2002) dan deskripsinya sesuai pada tabel 1.

Tabel 1. Aksi Mental Penalaran Kovariasional

Aksi mental	Deskripsi
AM1	mengoordinasikan nilai suatu variabel dengan perubahan variabel lainnya
AM2	mengoordinasikan arah perubahan suatu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya
AM3	mengoordinasikan besaran perubahan suatu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya
AM4	Mengoordinasikan kecepatan rata-rata dari fungsi dengan kenaikan seragam dari perubahan variabel bebas
AM5	Mengoordinasikan kecepatan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu dalam variabel bebas, yaitu pada semua anggota domain fungsi

Aksi mental pada tabel 1 diturunkan menjadi dasar untuk melevelkan penalaran kovariasional seseorang. Pelevelan

penalaran kovariasional menurut (Carlson et al., 2002) tersaji pada Tabel 2.

Tabel 2. Aksi Mental Penalaran Kovariasional

Level (L)	Aksi Mental yang Terlibat
L1 (<i>Coordination</i>)	AM1
L2 (<i>Direction</i>)	AM1 & AM2
L3 (<i>Quantitatif Coordination</i>)	AM1, AM2, & AM3
L4 (<i>Average Rate</i>)	AM1, AM2, AM3, & AM4
L5 (<i>Instantaneous Rate</i>)	AM1, AM2, AM3, AM4, & AM5

Penalaran kovariasional banyak dikaji oleh beberapa peneliti. Penalaran kovariasional pada konsep fungsi (Oehrtman & Thompson, 2008), konsep limit (Carlson, Larsen, & Jacobs, 2001; Nagle, Tracy, Adams, & Scutella, 2017), pemodelan kejadian dinamik (Carlson et al., 2002; Sandie, Purwanto, Subanji, & Hidayanto, 2019a; Subanji & Supratman, 2015; Umah, Asari, & Sulandra, 2016; Yemen-Karpuzcu, Ulusoy, & İşiksal-Bostan, 2017), variasi simultan yang kontinu (Saldanha & Thompson, 1998), perubahan bentuk geometris (Heather L. Johnson, 2012), Integral (Harini, Fuad, & Ekawati, 2018), trigonometri (Moore,

2014), hingga analisis konteks big data pada statistika (Gibbs & Gil, 2017). Selain itu, (Heather Lynn Johnson, McClintock, & Hornbein, 2017) juga mengkaji terkait transfer penalaran kovariasional dalam menyelesaikan dua masalah dengan konteks yang berbeda. Semua kajian tersebut berkenaan dengan pemodelan grafik pada masalah kovariasional. Realitanya, mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam melakukan penalaran kovariasional (Carlson et al., 2002; Sandie, Purwanto, Subanji, & Hidayanto, 2019b). Selain itu, kemampuan penalaran kovariasional guru dalam kategori lemah juga terungkap (Şen Zeytun, Çetinkaya, &

Erbaş, 2010). Oleh karena itu, kajian tentang penalaran kovariasional pada mahasiswa sebagai calon guru perlu didalami lebih lanjut. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penalaran kovariasional mahasiswa dalam memodelkan hubungan antara waktu dan kecepatan. Dalam penelitian ini, tugas kovariasional yang digunakan adalah masalah dengan konteks aktivitas masyarakat lingkungan lahan basah Kota Banjarmasin Provinsi Kalimantan Selatan.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan adalah menggali karakter penalaran kovariasional mahasiswa dalam memodelkan grafik hubungan waktu dan kecepatan. Karakter penalaran kovariasional digali melalui aksi mental dan tanggapan subjek dalam memodelkan grafik dari masalah yang diberikan. Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif.

Subjek penelitian ini adalah Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Lambung Mangkurat tahun akademik 2019/2020

berjumlah 87 orang yang berusia antara 18 tahun 0 bulan sampai 20 tahun 7 bulan. Subjek merupakan mahasiswa semester 3 dengan kemampuan matematis yang beragam baik tinggi, sedang, maupun rendah.

Karena penelitian yang dilakukan menggunakan pendekatan kualitatif, Instrument utama dalam penelitian ini adalah tim peneliti dan instrument tes berupa masalah kovariasional sebagai pendukung. Instrument tes yang digunakan berupa masalah kontekstual lingkungan Kota Banjarmasin Provinsi Kalimantan Selatan. Adapun instrumen tes yang digunakan adalah sebagai berikut:

Di Kota Banjarmasin, terdapat wisata susur sungai dan kelotok sebagai sarana transportasi. Kelotok adalah perahu bermotor yang terdapat di sungai-sungai Kalimantan Selatan dengan menggunakan mesin berbahan bakar diesel/solar. Salah satu rute wisata susur sungai tertera pada gambar 1. Kelotok akan cepat ketika lintasan lurus dan melambat ketika ada belokan.



Gambar 1. Rute Wisata Susur Sungai dalam Instrumen Soal

Sketsakan grafik antara waktu dan kecepatan seluruh perjalanan klotok tersebut dengan titik awal dan akhir di Menara pandang!

Pengambilan data dilakukan dengan pemberian tes kepada seluruh subjek dan peneliti melakukan wawancara kepada subjek yang terpilih sebagai wakil dari masing-masing kategori karakter penalaran kovariasional. Oleh karena itu, data utama dalam penelitian ini berupa hasil tes masalah kovariasional yang diberikan kepada subjek dan hasil wawancara kepada subjek. Data hasil tes masalah kovariasional berupa pemodelan grafik

yang diberikan oleh subjek. Data hasil wawancara berupa tanggapan subjek terkait pemodelan grafik yang telah mereka berikan.

Teknik analisis data dalam penelitian ini meliputi pengumpulan data, kondensasi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan menurut Miles & Huberman (Sugiyono, 2017). Hasil pekerjaan subjek dikumpulkan, selanjutnya dianalisis berdasarkan aksi mental penalaran kovariasional yang dimodifikasi dari (Carlson et al., 2002) pada tabel 3.

Tabel 3. Deskripsi Aksi Mental Subjek

Aksi mental	Deskripsi
Aksi Mental 1 (AM1)	Memberikan label sumbu vertikal (sumbu x) dan horisontal (sumbu y) sebagai variabel yang saling dihubungkan yaitu kecepatan terhadap waktu serta adanya kebermaknaan dari pembuatan sumbu tersebut
Aksi Mental 2 (AM2)	Memodelkan grafik dengan memperhatikan kenaikan, kondisi mendatar, maupun turun berdasarkan perubahan variabel bebas (waktu).
Aksi Mental 3 (AM3)	Memodelkan grafik dengan memperhatikan seberapa besar penurunan dan kenaikannya serta seberapa jauh grafik mendatar yang ditunjukkan dengan variasi kenaikan/penurunan grafik berdasarkan perubahan waktu.
Aksi Mental 4 (AM4)	Memodelkan grafik dengan memperhatikan kenaikan/penurunan serta kondisi mendatarnya sesuai dengan konteks yang diberikan berdasarkan perubahan variabel bebas (waktu).
Aksi Mental 5 (AM5)	Memodelkan grafik dengan mengontruksi kurva mulus terhadap perubahan kenaikan/penurunan serta mendatarnya sebagai akibat dari perubahan variabel bebas (waktu) dan sesuai dengan konteks.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari total 87 subjek, tidak semua subjek menjawab pertanyaan yang diajukan.

Daftar sebaran jawaban subjek tersaji pada Tabel 4.

Tabel 4. Sebaran Keterjawaban Masalah

No	Uraian	Banyaknya	Persentase
1	Menjawab	61	70,1 %
2	Tidak menjawab	26	29,9 %

Hasil pengerjaan subjek bervariasi. Hasil pengerjaan subjek dikumpulkan dan dikategorikan berdasarkan pada tingkat kesamaan pola pemodelan grafik yang dituangkan oleh subjek. Karakteristik

penalaran kovariasional subjek berdasarkan kategori pengerjaan subjek dalam memodelkan grafik. Dari 61 subjek yang menjawab, karakteristik penalaran kovariasional subjek tersaji pada tabel 5.

Tabel 5. Sebaran Karakteristik Penalarana Kovariasional Subjek

Kategori	Karakteristik Penalaran Kovariasional Subjek	Banyaknya	Persentase
K1	Subjek memodelkan grafik namun tidak bermakna	5	8,2 %
K2	Subjek memodelkan grafik dengan menggeneralisasi masalah	3	4,9 %
K3	subjek memodelkan grafik yang terus naik sehingga tidak sesuai konteks	12	19,7 %
K4	Subjek memodelkan grafik yang perubahan bentuknya tidak sesuai konteks	37	60,7 %
K5	subjek memodelkan grafik dengan rinci dan sesuai	4	6,5 %

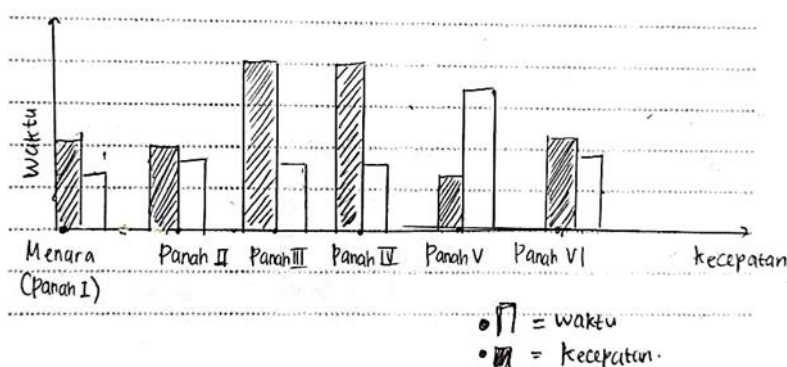
konteks

Perwakilan subjek pada masing-masing kategori dipilih untuk keperluan analisis lebih lanjut. Pemilihan subjek didasarkan pada kejelasan grafik yang digambarkannya dan kemampuan komunikasi subjek yang baik.

Subjek Memodelkan Grafik Namun

Tidak Bermakna

Subjek dengan kategori 1 (K1) sebanyak 8,2 %. Subjek dalam kategori ini menjawab soal yang diberikan, namun jawaban yang diberikan tidak memberikan makna atau tidak berarti. Salah satu bentuk jawaban subjek K1 tersaji pada Gambar 2.



Gambar 2. Jawaban Subjek Kategori 1 (K1)

Gambar 2 menyiratkan bahwa subjek dalam kategori 1 ini telah menggambarkan sumbu waktu dan kecepatan dengan jelas, namun diagram yang digambarkan tidak sesuai dengan konteks dan pertanyaan. Ketika dikonfirmasi dalam wawancara, subjek menjelaskan:

“Grafik seperti itu karena soal diminta menggambarkan antara waktu dan kecepatan, saya menuliskan keterangan panah-panah di sumbu x (mendatar) ini berdasarkan gambar yang ada panah-panahnya (gambar rute perjalanan), panahnya mulai dari titik awal di menara pandang, jadi ketika pada panah sekian, perbandingan waktu dan kecepataannya seperti di gambar, ada yang perbandingannya tinggi, ada yang kecil, tinggi itu karena lintasannya lurus

Panjang, yang perbandingannya kecil itu lintasannya pendek”.

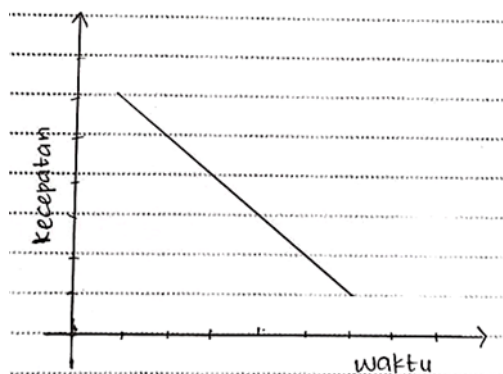
Subjek menggambarkan perbandingan waktu dan kecepatan pada beberapa kasus belokan pada rute perjalanan. Meskipun demikian, jawaban kategori 1 ini tidak memberikan jawaban yang bermakna, sehingga tidak dapat dikategorikan dalam pelevelan penalaran kovariasional. Hal ini dikarenakan subjek tidak melakukan kegiatan kognitif yang melibatkan pengordinasian dua besaran yang saling berhubungan. Oleh karena itu, subjek K1 tidak dapat diklasifikasi dalam pelevelan penalaran kovariasional.

Subjek Memodelkan Grafik dengan

Menggeneralisasi Masalah

Subjek pada kategori 2 (K2) sebanyak 4,9 %. Grafik yang dimodelkan

subjek K2 terlihat sederhana. Gambaran model grafik subjek K2 tersaji pada Gambar 3.



Gambar 3. Jawaban Subjek Kategori 2 (K2)

Kategori jawaban pada gambar 3 menunjukkan bahwa subjek telah memberikan keterangan sumbu yang menunjukkan dua variabel yang saling dihubungkan dengan jelas. Namun, grafik yang digambarkan sangat sederhana, yaitu berupa garis lurus. Ketika diklarifikasi melalui wawancara, subjek berkomentar:

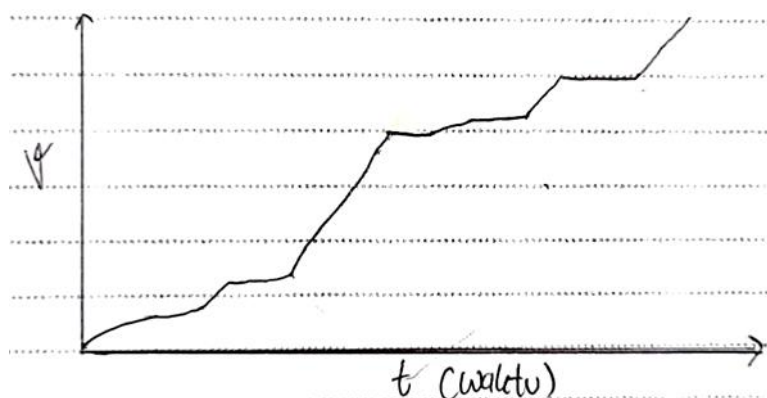
“rute perjalanan klotok panjang dan banyak belokan, sehingga menurut saya grafiknya seperti ini, garisnya lurus dan menurun karena banyak belokan tadi, jadi menurut saya semakin pelan klotoknya. Ini sumbu di bawah adalah waktu, yang tegak adalah kecepatan, jadi kelihatan kecepataannya semakin turun”

Dari grafik yang digambarkan, sebenarnya subjek telah melakukan penalaran kovariansi namun penalaran yang dilakukannya salah. Subjek

menggeneralisir kondisi yang menyebutkan bahwa grafik menunjukkan penurunan kecepatan seiring bertambahnya waktu karena rute yang dilalui banyak belokan. Berdasarkan ulasan tersebut, subjek K2 ini telah melakukan aktivitas AM1, yaitu memberikan label sumbu waktu dan kecepatan sebagai variabel yang saling berhubungan. Oleh karena itu, subjek K2 ini hanya mencapai level 1 (L1) karena hanya melibatkan AM1.

Subjek Memodelkan Grafik yang Terus Naik sehingga Tidak Sesuai Konteks

Subjek dengan kategori 3 (K3) sebanyak 19,7 %. Grafik yang dimodelkan subjek K1 hanya terjadi kenaikan dan kondisi mendatar, tidak ada kondisi menurun. Gambaran model grafik oleh subjek K3 tersaji pada Gambar 4.



Gambar 4. Jawaban Subjek Kategori 3 (K3)

Gambar 4 adalah ilustrasi pemodelan grafik oleh subjek dengan Kategori 3 (K3). Ketika dimintai klarifikasi melalui wawancara, subjek K3 menyampaikan:

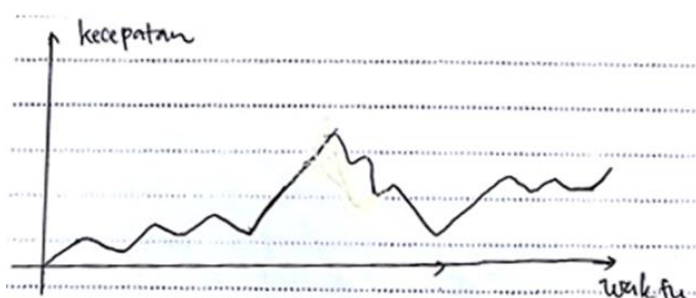
“ini garis sumbu (mendatar) waktu dan ini kecepatan (tegak), grafik dimulai dari 0 karena awalnya klotok berhenti, lalu kecepatannya bertambah, ini naik karena jalurnya lurus, lalu agak mendatar ini kecepatannya turun karena ada belokan, lalu naik lagi karena ada jalur lurus lagi, dan seterusnya hingga sampai”.

Karakteristik jawaban yang diberikan yaitu adanya variabel waktu dan kecepatan sebagai kedua variabel yang dihubungkan. Selain itu, subjek memberikan pembeda antara grafik naik dan mendatar yang menunjukkan kenaikan kecepatan maupun kondisi menurunnya kecepatan. Karena

subjek telah memberikan sumbu variabel yang saling dihubungkan dan bermakna, subjek K3 memenuhi aktivitas MA1. Selain itu, subjek memperhatikan arah grafik naik dan mendatar berdasarkan kondisi dalam masalah, sehingga subjek K3 telah memenuhi aktivitas MA2, sehingga masuk dalam level 2 (L2).

Subjek Memodelkan Grafik yang Perubahan Bentuknya Tidak Sesuai Konteks

Subjek dengan kategori 4 (K4) mencapai 60,7 %, terbesar dari seluruh kategori. Subjek memodelkan grafik dengan variasi kenaikan dan penurunannya. Pemodelan grafik oleh subjek K4 tersaji pada Gambar 5.



Gambar 5. Jawaban Subjek Kategori 4 (K4)

Gambar 5 menunjukkan karakter jawaban Subjek dengan menyajikan grafik yang menunjukkan bahwa awal keberangkatan dan berakhirnya perjalanan klotok bukan 0. Wawancara peneliti kepada subjek dengan jawaban pada Gambar 5 menjelaskan:

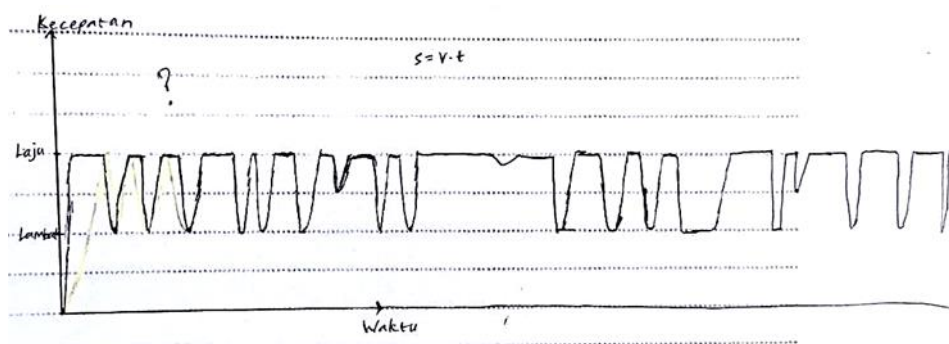
“Pertama, garis ini adalah waktu, dan yang kedua ini, yang ke atas ini adalah kecepatan. Lalu awalnya saya memulainya dari 0 karena baru berangkat, terus naik, dan ini turun karena ada belokan, ya kira-kira waktunya sejauh ini, lalu ini naik lagi karena ada belokan lagi, sampai klotok sampai di finish bolak balik gitu, ini ada yang Panjang karena klotok sampai sini, di sungai barito, jadi grafiknya ini tinggi, dan yang pendek-pendek ini karena jalurnya pendek dan belak belok, jadi pendek”

Jawaban subjek K4 ini menunjukkan bahwa subjek telah menuliskan keterangan variabel yang saling dihubungkan, yaitu waktu dan kecepatan, dan bermakna sehingga subjek telah melakukan AM1. Selain itu, subjek telah menggambarkan adanya variasi kecekungan, yaitu naik, mendatar, dan turun. Hal ini menunjukkan subjek telah menghubungkan antara waktu dengan

kecepatan dan memperhatikan kondisi rute perjalanan klotok, sehingga subjek telah melakukan AM2. Selain itu, subjek telah memperhitungkan ketinggian dan penurunan grafik yang membuat variasi grafik sehingga subjek telah melakukan AM3. Meskipun subjek memperhitungkan seberapa lama waktu yang diperlukan untuk mencapai kecepatan tertentu, namun subjek menggambarkan bahwa akhir perjalanan tidak menunjukkan kecepatan 0. Dengan kata lain, subjek belum sepenuhnya memperhatikan kecepatan yang disesuaikan dengan konteks, sehingga AM4 dan AM5 tidak terpenuhi. Oleh karena itu, subjek dengan K4 masuk dalam level 3 (L3).

Subjek Memodelkan Grafik dengan Rinci dan Sesuai Konteks

Subjek dengan kategori 5 (K5) sebesar 6,5 %. Subjek memodelkan grafik dengan detail mulai dari awal hingga akhir, juga variasi kenaikan dan penurunannya. Gambaran model subjek K5 tersaji pada Gambar 6.



Gambar 6. Karakter Jawaban Subjek Kategori 5 (K5)

Gambar 6 menunjukkan karakter subjek kategori 5 (K5). Tanggapan subjek Ketika diwawancarai adalah sebagai berikut:

“grafiknya bergelombang, ada yang naik ada yang turun, cekung juga. Klotok mulai berangkat sehingga diawali titik (0,0) yang artinya waktunya di sumbu mendatar ini 0 dan tegak adalah kecepatan juga 0, lalu naik seiring bertambahnya waktu. Nah ini ada mendatar karena biasanya klotok kecepatannya tetap, kemudian turun lagi karena ada belokan, ini naik lagi karena kecepatannya klotok naik lagi dan seterusnya. Itu ada batas laju (cepat) karena batas lajunya klotok kira-kira segitu, dan lambat itu kira-kira pelannya klotok segitu dan semuanya hampir sama. Itu biasanya pas saya naik klotok seperti itu. Ini ada mendatar yang Panjang karena pas jalur sungai barito jalurnya lurus Panjang, dan bergelombang lagi karena jalurnya belak belok.terus ini di akhir kembali 0 lagi karena kalau sudah sampai, klotoknya berhenti.”

Berdasarkan gambar 6 dan hasil wawancara, subjek telah melengkapi grafik dengan sumbu yang mewakili waktu dan kecepatan dengan jelas dan bermakna, sehingga subjek telah melakukan AM1. Subjek memodelkan grafik dengan variasi

kecekungana dan memperhatikan kecepatan maksimum hingga minimum ketika konteksnya berupa belokan, sehingga subjek K5 ini telah memperhatikan arah, besaran, dan kecepatan dari grafik yang dimodelkan. Oleh karena itu, subjek K5 telah melakukan AM2, AM3, dan AM4. Selain itu, grafik yang digambarkan tampak berupa kurva yang cenderung mulus. Hal ini menunjukkan bahwa subjek K5 memperhatikan kecepatan sesaat dari perubahan grafik sesuai dengan konteks yang diberikan, yaitu sesuai dengan kondisi berbagai belokan rute klotok. Dengan demikian, subjek K5 memenuhi aksi mental 1 hingga 5. Dengan kata lain, subjek K5 termasuk dalam level 5.

Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian, kategori yang didapat sebanyak 5 karakteristik penalaran kovariasional mahasiswa. Secara umum, pengkategorian penalaran kovariasional subjek dirangkum dalam Tabel 6.

Tabel 6. Pencapaian Level Penalaran Kovariasional Mahasiswa

Kategori	Karakteristik Penalaran Kovariasional Mahasiswa	MA yang dicapai	Level yang dicapai
K1	Mahasiswa memodelkan grafik namun tidak bermakna	Tidak ada	L0
K2	Mahasiswa memodelkan grafik dengan menggeneralisasi masalah	M1	L1
K3	Mahasiswa memodelkan grafik yang terus naik sehingga tidak sesuai konteks	AM1, AM2	L2
K4	Mahasiswa memodelkan grafik yang perubahan bentuknya tidak sesuai konteks	AM1, AM2, AM3	L3
K5	Mahasiswa memodelkan grafik dengan rinci dan sesuai konteks	AM1, AM2, AM3, AM4, & AM5	L5

Berdasarkan kuantitas pada Tabel 5, informasi yang didapatkan adalah Sebagian besar subjek tidak sempurna dalam memberikan jawaban. Mahasiswa yang menjawab hingga level 5 hanya 6,5 %. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah kovariasional. Hal ini sesuai juga dengan hasil penelitian oleh (Carlson et al., 2002; Sandie et al., 2019b) yang menyatakan bahwa masalah kovariasional dalam kategori sulit bagi mahasiswa.

Berdasarkan hasil penelitian juga terungkap bahwa terdapat 5 karakteristik jawaban mahasiswa dalam memodelkan grafik antara kecepatan dan waktu. Karakter yang pertama (K1) yaitu mahasiswa memodelkan grafik namun tidak sesuai. Mahasiswa memberikan tafsiran bahwa hubungan waktu dan kecepatan dibandingkan berdasarkan beberapa kondisi yang ada pada instrumen. Meskipun mahasiswa telah memberikan keterangan sumbu, hasil yang digambarkan tidak bermakna. sehingga, Jawaban dalam K1 ini tidak dapat dikategorikan bahwa mahasiswa melakukan penalaran kovariasional. Dalam penelitian ini, K1 dikategorikan dalam level 0 (L0). Hal ini bentuk dari kegagalan mahasiswa dalam memahami masalah yang berdampak pada gagalnya merepresentasikan grafik sesuai dengan konteks. Hal ini sejalan dengan pernyataan bahwa kemampuan memahami masalah berdampak pada kompetensi

penalaran kovariasional dalam merepresentasikan masalah kovariasional yang berupa kejadian dinamik (Sandie et al., 2019a).

Mahasiswa dengan K2 memandang bahwa masalah kovariasional yang diberikan dapat dipandang secara umum, yaitu memandang bahwa banyaknya belokan mengindikasikan kecepatan akan menurun seiring dengan bertambahnya waktu. Mahasiswa K2 tidak memandang kejadian dinamik yang diberikan secara parsial dalam masalah. Hal ini tidak sesuai dengan pernyataan (Johnson, 2012) bahwa dengan memvariasikan satu kuantitas secara sistematis, seorang individu dapat memvariasi perubahan kuantitas lain yang berhubungan. Dampaknya, mahasiswa tidak memperhatikan arah dan besaran perubahan kecepatan terhadap perubahan waktu. Dengan demikian, mahasiswa dengan kategori 2 hanya mencapai level 1 (L1).

Mahasiswa K3 dan K4 telah menyampaikan hubungan yang bermakna antara waktu dan kecepatan. Mereka telah menyusun suatu grafik dan memperhatikan arah yang menunjukkan perubahan nilai variabel output terhadap perubahan variabel input. Namun, jawaban mereka belum sempurna. Penalaran mahasiswa dengan K3 dan K4 dapat dikategorikan dalam pseudo penalaran kovariasional (Subanji, 2011; Subanji & Supratman, 2015). Hal ini terjadi karena mahasiswa seolah-olah tidak mampu

untuk memodelkan grafik padahal pengetahuan dan konstruksi yang diberikan cukup untuk mencapai level 5.

Mahasiswa K5 mampu memodelkan grafik hubungan antara waktu dengan kecepatan secara lengkap. Mahasiswa K5 mencapai tahap pada perhatian terhadap kecepatan sesaat dari objek yang bergerak berdasarkan konteks yang diberikan. Hal ini ditunjukkan dengan detailnya grafik yang digambarkan seiring dengan berjalannya waktu tempuh. Oleh karena itu, mahasiswa K5 ini masuk dalam kategori level 5. Mahasiswa K5 telah melakukan penalaran matematis baik mencakup memahami konsep matematika maupun memecahkan masalah dalam kehidupan hari, dalam hal ini adalah masalah kontekstual yang diberikan sesuai dengan pernyataan (Adamura & Susanti, 2018). Selain itu, mahasiswa K5 telah menggunakan penalaran kovariasionalnya dengan lengkap karena telah memenuhi aktivitas "Identifikasi variabel" dan "memperhatikan laju perubahan" menurut (Kertil, Erbas, & Cetinkaya, 2019). Identifikasi variabel ditunjukkan dengan kebermaknaan penggunaan variabel waktu dan kecepatan dalam memodelkan grafik, sedangkan perhatiannya terhadap laju perubahan tersirat pada detailnya model grafik yang digambarkan dan terlihat dari variasi kecekungan grafik sesuai dengan konteks masalah yang diberikan.

D. KESIMPULAN DAN SARAN

Karakter penalaran kovariasional mahasiswa dalam memodelkan grafik hubungan waktu dan kecepatan yaitu, mahasiswa memodelkan grafik namun tidak bermakna, mahasiswa memodelkan grafik dengan menggeneralisasi masalah, mahasiswa memodelkan grafik yang terus naik sehingga tidak sesuai konteks, mahasiswa memodelkan grafik yang perubahan bentuknya tidak sesuai konteks, dan mahasiswa memodelkan grafik dengan rinci dan sesuai konteks. Berdasarkan hasil penelitian, penelusuran proses berpikir mahasiswa yang gagal dalam melakukan penalaran kovariasional (dalam penelitian ini adalah mahasiswa dengan level 0) perlu perhatian lebih dengan mendalaminya lebih lanjut agar dapat terungkap penyebabnya dan solusi untuk mengatasinya.

DAFTAR PUSTAKA

- Adamura, F., & Susanti, V. D. (2018). Penalaran Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Berpikir Intuitif Sedang dalam Memecahkan Masalah Analisis Real. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 6(2), 77–92. <https://doi.org/10.25273/jems.v6i2.5366>
- Badjeber, R. (2017). Asosiasi Kemampuan Penalaran Matematis Dengan Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Smp Dalam Pembelajaran Inkuiri Model Alberta. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 10(2), 50–56.

- <https://doi.org/10.30870/jppm.v10i2.2030>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Carlson, M., Larsen, S., & Jacobs, S. (2001). An Investigation of Covariational Reasoning and Its Role in Learning the Concepts of Limit and Accumulation. *Proceedings of the 23rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educatio*, (Table 1), 145–453.
- Gibbs, A. L., & Gil, E. (2017). Promoting Modeling and Covariational Reasoning Among Secondary School Students in the Context of Big Data. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 163–190. Retrieved from [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16\(2\)_Gil.pdf?1512143282](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16(2)_Gil.pdf?1512143282)
- Harini, N. V., Fuad, Y., & Ekawati, R. (2018). Students' Covariational Reasoning in Solving Integrals' Problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 947(1), 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/947/1/012017>
- Johnson, Heather L. (2012). Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 313–330. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.01.001>
- Johnson, Heather Lynn, McClintock, E., & Hornbein, P. (2017). Ferris wheels and filling bottles: a case of a student's transfer of covariational reasoning across tasks with different backgrounds and features. *ZDM - Mathematics Education*, 49(6), 851–864. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0866-4>
- Kertil, M., Erbas, A. K., & Cetinkaya, B. (2019). Developing prospective teachers' covariational reasoning through a model development sequence. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(3), 207–233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>
- M, P. M. P., & Mulyana, T. (2018). Strategi Group Investigation Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Sma. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 11(1). <https://doi.org/10.30870/jppm.v11i1.2987>
- Moore, K. C. (2014). Quantitative reasoning and the sine function: The case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 102–138.
- Nagle, C., Tracy, T., Adams, G., & Scutella, D. (2017). The notion of motion: covariational reasoning and the limit concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(4), 573–586. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1262469>
- Oehrtman, M., & Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding. *Making the Connection: Research and Teaching*

- in *Undergraduate Mathematics Education*, 27–42. <https://doi.org/10.5948/UPO9780883859759.004>
- Pamungkas, A. S., & Yuhana, Y. (2016). Pengembangan Bahan Ajar Untuk Meningkatkan. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 9(2), 177–182.
- Purbaningrum, K. A., Safitri, P. T., & Pamungkas, A. S. (2020). *Desain Bahan Ajar Lembar Aktivitas Terstruktur untuk Mengoptimalkan Kemampuan Penalaran dan Self-Esteem Matematis Mahasiswa*. 13, 73–86.
- Saldanha, L. A., & Thompson, P. W. (1998). Re-thinking Covariation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation. *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education - North America*, 1(1), 298–304.
- Sandie, Purwanto, Subanji, & Hidayanto, E. (2019a). Process thinking of students in translating representation of covariational dynamic events problems. *International Journal of Scientific and Technology Research*, 8(10), 1405–1408.
- Sandie, S., Purwanto, P., Subanji, S., & Hidayanto, E. (2019b). Student difficulties in solving covariational problems. *International Journal of Humanities and Innovation (IJHI)*, 2(2), 25–30. <https://doi.org/10.33750/ijhi.v2i2.38>
- Şen Zeytun, A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2010). Mathematics teachers' covariational reasoning levels and predictions about students' covariational reasoning abilities. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(3), 1601–1612.
- Subanji. (2011). *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansi*. Malang: UM Press.
- Subanji, R., & Supratman, A. M. (2015). The Pseudo-Covariational Reasoning Thought Processes in Constructing Graph Function of Reversible Event Dynamics Based on Assimilation and Accommodation Frameworks. *Research in Mathematical Education*, 19(1), 61–79. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2015.19.1.61>
- Sugiyono. (2017). *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.
- Thompson, P. W., & Carlson, M. (2017). Variation, covariation and functions: Foundational ways of mathematical thinking. *Compendium for Research in Mathematics Education*, (January), 421–456.
- Umah, U., Asari, A. R., & Sulandra, I. M. (2016). Struktur Argumentasi Penalaran Kovariasional Siswa Kelas VIII B MTsN 1 Kediri. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1(1), 1–12. <https://doi.org/10.26594/jmpm.v1i1.498>
- Yemen-Karpuzcu, S., Ulusoy, F., & İşıksal-Bostan, M. (2017). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Covariational Reasoning for Interpreting Dynamic Events During Peer Interactions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 89–108. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9668-8>