



## Model optimasi penjadwalan *pallet* dan *dunnage* untuk meminimasi *makespan*

Lely Herlina, Muhammad Adha Ilhami\*, Ade Irman Saeful Muttaqin, Ansori

Jurusan Teknik Industri, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Banten, Jl. Jend Sudirman km 3 Kotabumi, Cilegon

\*Corresponding author: [adha@untirta.ac.id](mailto:adha@untirta.ac.id)

### ARTICLE INFO

Received: 12 November 2021  
Revision: 14 November 2021  
Accepted: 15 November 2021

#### Keywords:

Penjadwalan  
Flowshop  
Model optimasi  
Makespan

### ABSTRACT

Penjadwalan produksi merupakan pengalokasian sumberdaya dari waktu ke waktu untuk melakukan serangkaian pekerjaan, guna mencapai kriteria tertentu. PT X bergerak di bidang manufaktur dan perdagangan umum yang memproduksi produk berbahan baku kayu, diantaranya adalah *pallet* dan *dunnage*. Keterbatasan sumber daya membuat PT X kesulitan dalam mengatur sejumlah *job* yang datang, sehingga mengakibatkan pemenuhan permintaan tidak tepat. Alur produksi di PT X adalah *flowshop*. Tujuan penelitian ini adalah membuat model optimasi penjadwalan untuk meminimasi *makespan*. Penyelesaian permasalahan dilakukan dengan menggunakan *software* LINGO. Hasil pengolahan data diperoleh nilai *makespan* sebesar 232,73 jam dengan urutan *job* yaitu 2-7-10-4-5-8-1-3-9-6.

### 1. PENDAHULUAN

Penjadwalan produksi merupakan pengalokasian sumberdaya dari waktu ke waktu untuk melakukan serangkaian pekerjaan, guna mencapai kriteria tertentu [1]. Kriteria penjadwalan setidaknya dapat didasarkan pada tiga hal, yaitu 1) *due date* seperti minimasi *earliness* dan *tardiness* [2]–[6], 2) waktu penyelesaian pekerjaan seperti minimasi *makespan* [5], [7], [8] dan minimasi *flowtime* [9], [10], serta 3) biaya, misalnya dihubungkan dengan energi [11] atau permintaan konsumen [12].

Penjadwalan produksi termasuk ke dalam permasalahan *non-polinomial hard (NP-hard)* [13], yaitu banyaknya jumlah pekerjaan berpengaruh pada waktu komputasi [14]. Berdasarkan aliran pekerjaan, penjadwalan dibagi menjadi dua kelompok, yaitu penjadwalan *jobshop* dan *flowshop*. Penjadwalan *jobshop* merupakan pola alir  $n$  pekerjaan melalui mesin  $m$  dengan urutan proses yang beragam. Sementara  $n$  pekerjaan pada penjadwalan *flowshop* memiliki urutan pemrosesan yang sama melalui sejumlah  $m$  mesin [1].

Penelitian dilakukan di PT X yang memiliki pola aliran *flowshop* pada proses produksinya. Perusahaan ini bergerak di bidang manufaktur dan perdagangan umum yang memproduksi produk berbahan baku kayu, diantaranya adalah *pallet* dan *dunnage*. Permintaan akan *pallet* dan *dunnage* ini cukup banyak, sekitar 20 kubik per periode untuk pasar lokal maupun ekspor. Namun demikian, permintaan akan *pallet* dan *dunnage* ini tidak

menentu. Saat ini, dalam proses produksinya perusahaan menerapkan sistem *first in first out (FIFO)*. Meski tak jarang pemenuhan permintaan juga dilakukan berdasarkan kedekatan perusahaan dengan konsumennya.

Hal ini membuat perusahaan mengalami kesulitan dalam mengatur pemenuhan permintaan konsumennya. Ditambah lagi sumber daya yang ada di perusahaan terbatas. Berdasarkan kajian pustaka, penyelesaian permasalahan pada penjadwalan dapat dilakukan secara analitik, atau menggunakan algoritma heuristik dan metaheuristik, serta dapat juga mengaplikasikan simulasi. Penelitian ini berfokus pada pembuatan model optimasi pada pola aliran *flowshop*. Penyelesaian model optimasi dilakukan dengan menggunakan *software* LINGO.

Tujuan dari penelitian ini adalah membuat model optimasi penjadwalan yang dapat meminimasi *makespan* atau waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan semua pekerjaan. Adapun kontribusi penelitian dari segi keilmuan adalah merancang model optimasi dalam bentuk *integer linear programming* pada aliran *flowshop* untuk meminimasi *makespan*.

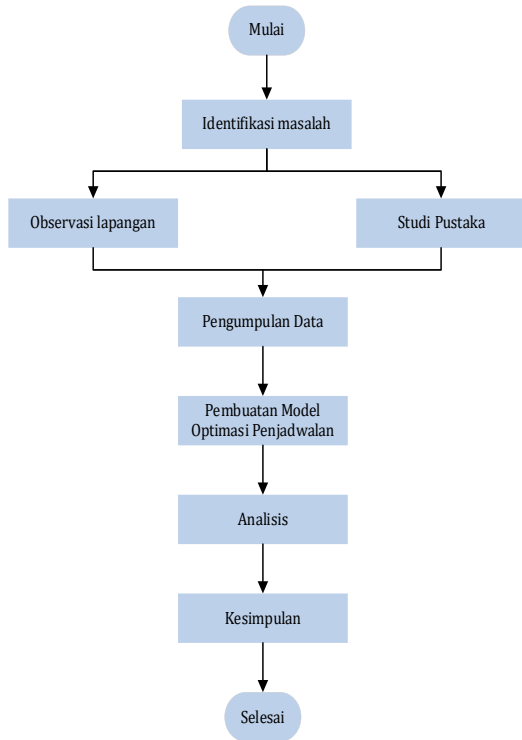
Penelitian ini juga diharapkan dapat menjadi referensi bagi perusahaan dalam menjadwalkan kegiatan produksinya, sehingga permintaan konsumen dapat terpenuhi dengan baik.



**2. METODE PENELITIAN**

Penelitian dilakukan di PT X yang memproduksi berbagai macam *pallet* dan *dunnage*. Proses pengumpulan data dilakukan melalui observasi dan juga wawancara, sehingga diperoleh data primer dan data sekunder. Data primer yang berhasil diperoleh yaitu data stasiun kerja, data kapasitas mesin, data jumlah operator, data waktu proses dan waktu *set up* di tiap stasiun kerja. Sedangkan data sekunder terdiri dari data umum perusahaan dan jumlah permintaan produk. Diagram alir penelitian dapat dilihat pada Gambar 1.

Penelitian ini merancang model optimasi untuk penjadwalan *pallet* dengan kriteria minimasi *makespan*.



**Gambar 1.** Diagram alir penelitian

Adapun langkah-langkah dalam pembuatan model optimasi penjadwalan ini adalah sebagai berikut:

- Langkah 1: Membuat asumsi model. Asumsi model merupakan informasi yang menyatakan kondisi yang ada yang menjadi pertimbangan pada pembuatan model.
- Langkah 2: Mengidentifikasi indeks, parameter dan variabel keputusan pada model.
- Langkah 3: Merumuskan fungsi tujuan model.
- Langkah 4: Mengidentifikasi batasan-batasan pada model.
- Langkah 5: Melakukan optimasi model dengan menggunakan *software* LINGO.

**3. HASIL DAN PEMBAHASAN**

**3.1 Model optimasi**

Model optimasi ini disusun dengan menggunakan model dasar [15]. Model optimasi diformulasikan dalam bentuk *integer linear programming* (ILP), dengan asumsi adalah sebagai berikut:

- 1. Mesin tidak mengalami gangguan atau perbaikan selama proses produksi berlangsung.

- 2. Bahan baku selalu tersedia dan siap untuk digunakan. Berikut ini adalah model optimasi yaitu model matematika berbentuk ILP pada penelitian ini:

**Notasi indeks:**

- i*: indeks *job* (1, 2, 3, ..., 10).
- j*: indeks urutan (1, 2, 3, ..., 10).
- k*: inkeks mesin/operasi (1, 2, 3).

**Parameter**

*T<sub>ik</sub>*: waktu proses *job i* pada mesin *k*.

**Variabel Keputusan**

*X<sub>ij</sub>*: bernilai 1, jika *job i* diproses pada urutan ke *j*.

Bernilai 0 jika sebaliknya.

*S<sub>jk</sub>*: *start time* urutan *job j* pada mesin *k*.

*C<sub>jk</sub>*: *completion time* urutan *job j* pada mesin *k*.

**Fungsi Tujuan**

Fungsi tujuan pada penelitian ini adalah minimasi *makespan* atau sama dengan minimasi total *completion time*.

$$\text{Min } Z = C_{\max} \tag{1}$$

Dimana,

*C<sub>max</sub>*: *completion time* maksimum.

**Pembatas**

- Batasan 1: memastikan setiap *job i* wajib dijadwalkan satu kali pada seluruh urutan.

$$\sum_i X_{ij} = 1 \quad \forall i \tag{2}$$

- Batasan 2: memastikan untuk setiap urutan hanya dijadwalkan satu kali pada seluruh *job*.

$$\sum_i X_{ij} = 1 \quad \forall j \tag{3}$$

- Batasan 3: memastikan *completion time* suatu urutan selalu lebih besar dari waktu mulai ditambah waktu proses.

$$C_{jk} \geq S_{jk} + \sum_i t_{ik} X_{ij} \quad \forall j, k \tag{4}$$

- Batasan 4: memastikan *start time* dari suatu urutan harus lebih besar dari *start time* sebelumnya pada mesin sebelumnya, ditambah dengan waktu proses.

$$S_{jk+1} \geq S_{jk} + \sum_i t_{ik} X_{ij} \quad \forall j, k=1, \dots, M-1 \tag{5}$$

- Batasan 5: memastikan *start time* dari suatu urutan harus lebih besar dari *start time* sebelumnya pada mesin yang sama, ditambah dengan waktu proses.

$$S_{j+1,k} \geq S_{jk} + \sum_i t_{ik} X_{ij} \quad \forall j = 1, \dots, J - 1, k \tag{6}$$

- Batasan 6: memastikan *C<sub>max</sub>* merupakan perhitungan dari nilai maksimum *completion time* yang ada.

$$C_{\max} \geq C_{jk} \quad \forall j, k \tag{7}$$

- Batasan 7: memastikan bahwa  $X_{ij}$  adalah bilangan biner.

$$X_{ij} \in \{1, 0\} \tag{8}$$

- Batasan 8: memastikan bahwa  $S_{jk}$  bernilai positif.

$$S_{jk} \geq 0 \quad \forall j, k \tag{9}$$

- Batasan 9: memastikan bahwa  $C_{jk}$  bernilai positif.

$$C_{jk} \geq 0 \quad \forall j, k \tag{10}$$

### 3.2 Studi Kasus

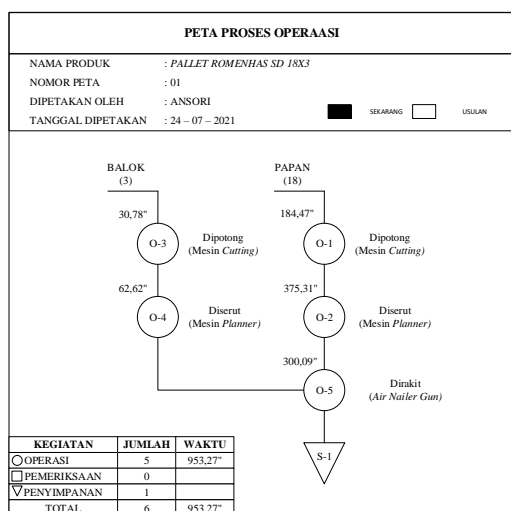
PT X memproduksi berbagai ukuran *pallet* dan *dunnage*, dengan kualitas untuk pasar lokal dan ekspor. *Pallet* atau *dunnage* untuk ekspor, sudah memiliki standar kualitas yang sesuai dengan ISPM (*International Standard for Phytosanitary Measure*). Standar ini bertujuan untuk menciptakan aturan yang seragam, yang berlaku secara umum pada produk *pallet* atau *dunnage* yang diperdagangkan secara internasional.

Urutan proses untuk pembuatan *pallet* yaitu melalui proses pemotongan, penyerutan dan perakitan. Sedangkan kegiatan pada pembuatan *dunnage* hanya pemotongan dan penyerutan saja. Khusus untuk *pallet* atau *dunnage* yang akan diekspor, diberi tambahan proses yaitu proses fumigasi dan *heat treatment*. Tujuan dari kedua proses ini adalah mengurangi kadar air pada *pallet* atau *dunnage*.



(a) Pallet single deck (b) Dunnage

Gambar 1. Contoh produk *pallet* dan *dunnage* di PT X



Gambar 2. Contoh peta proses operasi pembuatan *pallet*

Tabel 1. Data produk

Job	Nama Produk	P (cm)	L (cm)	T (cm)	Jlh permintaan (unit)
J1	Single Deck E 18x3	114	114	13	400
J2	Single Deck L 16x3	114	114	13	200
J3	Twoway S.D 12x4	114	114	12	750
J4	Fourway S.D 19x9	114	114	14	300
J5	Box S.D 32x6	114	114	48	250
J6	Single Deck 12x3	112	112	16	1000
J7	Single Deck 9x3	100	100	10	500
J8	Single Deck 12x4	130	100	13	500
J9	Dunnage	4,5	9	30	6584
J10	Dunnage	9	9	60	1648

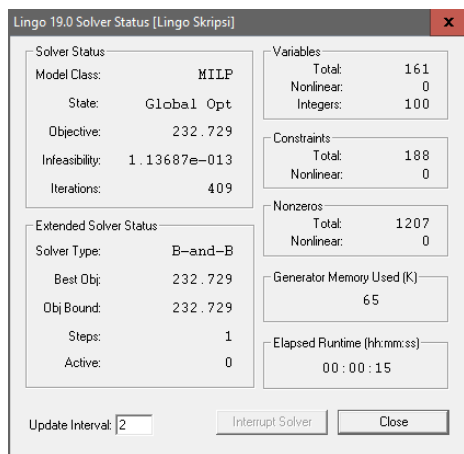
Gambar 1 merupakan contoh produk *pallet* dan *dunnage* yang diproduksi di PT X. Sedangkan Gambar 2 merupakan contoh peta proses operasi untuk pembuatan *pallet* dan *dunnage*. Adapun contoh data waktu proses dapat dilihat di Tabel 2, yang merupakan data waktu pada *job 1*. Jumlah *job* yang diteliti pada penelitian ini yaitu sepuluh *job*, yang terdiri dari 8 *pallet* dan 2 *dunnage*. Waktu proses diambil berdasarkan pengamatan langsung dengan bantuan *stop watch*. Nama *job* dan dimensinya serta jumlah permintaannya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 2. Data waktu proses untuk *job 1*

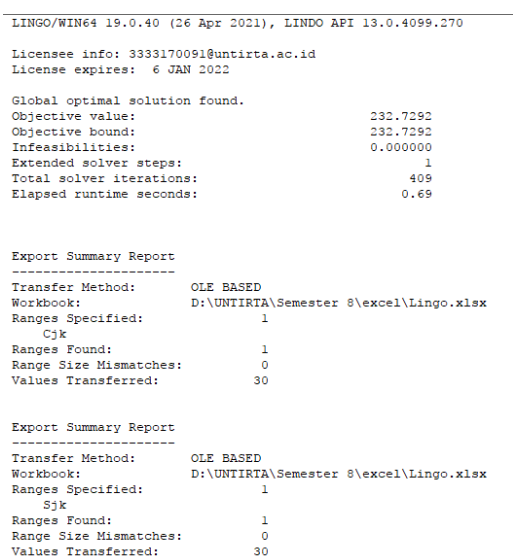
No	Waktu proses di stasiun kerja (detk)		
	Sk Pemotongan	SK Penyerutan	SK Perakitan
1	223,44	362,88	318,60
2	229,74	484,68	292,2
3	251,16	344,40	284,2
4	240,24	476,28	313,8
5	239,82	456,12	393,4
6	208,74	378,84	324,6
7	171,36	494,76	275,4
8	252,42	476,28	319,2
9	202,02	446,88	285,6
10	215,04	444,36	322,2
11	189,42	390,6	321,6
12	237,30	492,24	274,8
13	223,02	482,16	280,20
14	173,04	456,12	301,20
15	221,76	411,60	312,60
16	199,92	375,48	295,20
17	207,06	414,12	280,20
18	212,10	446,88	322,20
19	188,58	430,08	309,00
20	218,82	493,92	275,40

### 3.3 Penyelesaian model dengan LINGO

Model matematika yang telah dibuat, kemudian diinput pada LINGO. Setiap penginputan persamaan matematika, LINGO dirunning terlebih dahulu, untuk memastikan tidak ada *error* pada model. Langkah ini merupakan bentuk verifikasi yang dilakukan pada model yang dibangun. Hasil yang diperoleh dari LINGO adalah sebagai berikut.

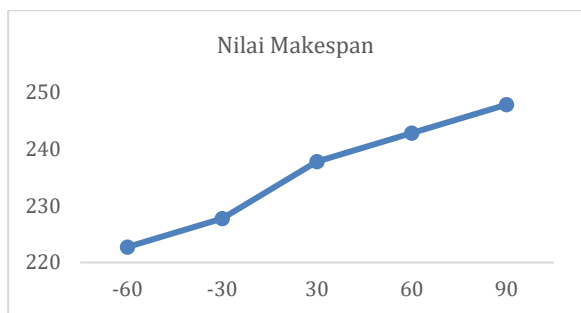


Gambar 3. Solver status LINGO



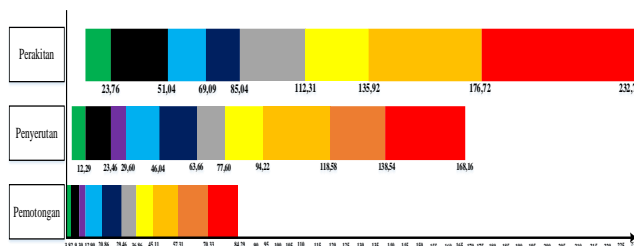
Gambar 4. LINGO solution report

Sedangkan validasi model dilakukan dengan melakukan perubahan pada data waktu proses, yaitu mengurangi waktu proses 30 menit dan 60 menit, serta menambahkan waktu proses sebesar 30 menit, 60 menit, dan 90 menit. Validasi ini juga disebut dengan analisis sensitivitas. Grafik perubahan waktu proses dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Perubahan nilai waktu proses terhadap nilai makespan

Berdasarkan pengolahan data pada LINGO, diperoleh bahwa nilai *makespan* sebesar 232,73 jam dengan urutan *job* yaitu 2-7-10-4-5-8-1-3-9-6. *Gantt chart* hasil penjadwalan dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Gantt chart model penjadwalan optimasi

Berdasarkan Gambar 6, terlihat bahwa semua *job* terjadwal secara baik, tidak ada *job* yang tumpang tindih satu dengan yang lainnya. Artinya tidak ada satu *job* pun yang dikerjakan sebelum pekerjaan yang lainnya selesai dikerjakan disuatu mesin. Ini juga berarti semua syarat pembatas (1 – 9) terpenuhi.

#### 4. KESIMPULAN

Tujuan penelitian ini yaitu membuat model optimasi penjadwalan untuk meminimasi *makespan*. Penyelesaian studi kasus dilakukan dengan bantuan *software* LINGO. Hasil pengolahan data diperoleh nilai *makespan* sebesar 232,73 jam dengan urutan *job* yaitu 2-7-10-4-5-8-1-3-9-6. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi pertimbangan bagi perusahaan dalam mengatur *job* yang harus dikerjakan di lantai produksi. Penelitian lanjutan untuk pembuatan model dapat dilakukan dengan mempertimbangkan mesin parallel baik homogen maupun heterogen ditiap stasiun kerja.

#### REFERENCES

- [1] J. Blazewicz, K. H. Ecker, E. Pesch, G. Schmidt, M. Sterna, and J. Weglarz, *Handbook on Scheduling*. 2019.
- [2] C. Bierwirth and J. Kuhpfahl, "Extended GRASP for the job shop scheduling problem with total weighted tardiness objective," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 261, no. 3, pp. 835–848, 2017, doi: 10.1016/j.ejor.2017.03.030.
- [3] M. Yazdani, A. Aleti, S. M. Khalili, and F. Jolai, "Optimizing the sum of maximum earliness and tardiness of the job shop scheduling problem," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 107, pp. 12–24, 2017, doi: 10.1016/j.cie.2017.02.019.
- [4] J. G. Kim, H. B. Jun, J. Y. Bang, J. H. Shin, and S. H. Choi, "Minimizing tardiness penalty costs in job shop scheduling under maximum allowable tardiness," *Processes*, vol. 8, no. 11, pp. 1–15, 2020, doi: 10.3390/pr8111398.
- [5] P. Kongsri and J. Buddhakulsomsiri, "A Mixed Integer Programming Model for Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Time to Minimize Makespan and Total Tardiness," *2020 IEEE 7th Int. Conf. Ind. Eng. Appl. ICIEA 2020*, pp. 605–609, 2020, doi: 10.1109/ICIEA49774.2020.9102086.
- [6] D. S. Widodo, "Improve Algoritma Hodgson Untuk Meminimasi Jumlah Job Terlambat Pada Penjadwalan Flow shop," *J. Tek. Ind.*, vol. 19, no. 1, p. 73, 2018, doi: 10.22219/jtiimm.vol19.no1.75-83.
- [7] Y. Muharni, E. Febianti, and N. N. Sofa, "Minimasi Makespan Pada Penjadwalan Flow Shop Mesin Paralel Produk Steel Bridge B-60 Menggunakan Metode Longest Processing Time Dan Particle Swarm Optimization," *J. Ind. Serv.*, vol. 4, no. 2, 2019, doi:

[10.36055/jiss.v4i2.5154](https://doi.org/10.36055/jiss.v4i2.5154).

- [8] K. C. Ying and S. W. Lin, "Minimizing makespan for the distributed hybrid flowshop scheduling problem with multiprocessor tasks," *Expert Syst. Appl.*, vol. 92, pp. 132–141, 2018, doi: [10.1016/j.eswa.2017.09.032](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.09.032).
- [9] C. C. Wu, J. Y. Chen, W. C. Lin, K. Lai, S. C. Liu, and P. W. Yu, "A two-stage three-machine assembly flow shop scheduling with learning consideration to minimize the flowtime by six hybrids of particle swarm optimization," *Swarm Evol. Comput.*, vol. 41, no. October 2017, pp. 97–110, 2018, doi: [10.1016/j.swevo.2018.01.012](https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.01.012).
- [10] X. Chai, W. Li, and Y. Zhu, "Online scheduling to minimize maximum weighted flow-time on a bounded parallel-batch machine," *Ann. Oper. Res.*, vol. 298, no. 1–2, pp. 79–93, 2021, doi: [10.1007/s10479-019-03352-6](https://doi.org/10.1007/s10479-019-03352-6).
- [11] S. Wang, X. Wang, J. Yu, S. Ma, and M. Liu, "Bi-objective identical parallel machine scheduling to minimize total energy consumption and makespan," *J. Clean. Prod.*, vol. 193, pp. 424–440, 2018, doi: [10.1016/j.jclepro.2018.05.056](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.05.056).
- [12] T. Meng, Q. K. Pan, and L. Wang, "A distributed permutation flowshop scheduling problem with the customer order constraint," *Knowledge-Based Syst.*, vol. 184, p. 104894, 2019, doi: [10.1016/j.knosys.2019.104894](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2019.104894).
- [13] L. Ghalami and D. Grosu, "Scheduling parallel identical machines to minimize makespan: A parallel approximation algorithm," *J. Parallel Distrib. Comput.*, vol. 133, pp. 221–231, 2019, doi: [10.1016/j.jpdc.2018.05.008](https://doi.org/10.1016/j.jpdc.2018.05.008).
- [14] D. M. Utama, "Pengembangan Algoritma Neh Dan Cds Untuk Meminimasi Consumption Energy Pada Penjadwalan Flow Shop," *Pros. SENTRA (Seminar Teknol. dan Rekayasa)*, no. 4, pp. 47–54, 2019.
- [15] M. S. Nagano, F. S. de Almeida, and H. H. Miyata, "An iterated greedy algorithm for the no-wait flowshop scheduling problem to minimize makespan subject to total completion time," *Eng. Optim.*, vol. 53, no. 8, pp. 1431–1449, 2021, doi: [10.1080/0305215X.2020.1797000](https://doi.org/10.1080/0305215X.2020.1797000).