

## Penjadwalan Mesin Pada Pola Aliran *Flow Shop Multi Stage* Dengan Sistem Lelang Untuk Meminimasi *Weighted Tardiness*

Roy Kinson<sup>1</sup>, Muhammad Adha Ilhami<sup>2</sup>, Kulsum<sup>3</sup>  
<sup>1,2,3</sup>Jurusan Teknik Industri Universitas Sultan Ageng Tirtayasa  
[roykinsont@yahoo.co.id](mailto:roykinsont@yahoo.co.id)<sup>1</sup>, [adha@untirta.ac.id](mailto:adha@untirta.ac.id)<sup>2</sup>, [kulsum.ti@gmail.com](mailto:kulsum.ti@gmail.com)<sup>3</sup>

### ABSTRAK

Penelitian ini dilakukan di perusahaan manufaktur yang memproduksi baja gulungan dan lembaran. Baja gulungan ini dibagi menjadi 3 bagian berdasarkan ukuran ketebalannya yaitu lite dengan ukuran ketebalan  $\leq 0,2$  mm, medium dengan ukuran ketebalan  $0,21$  mm –  $0,59$  mm, dan heavy dengan ukuran ketebalan  $\geq 0,6$  mm. Dalam proses pembuatannya baja gulungan ini dibagi menjadi 2 jenis yaitu full hard yang diproses dengan mesin CPL, CTCM, dan ECL, sedangkan jenis soft yang diproses dengan mesin CPL, CTCM, ECL, BAF, dan TPM. Proses produksi baja gulungan ini membentuk pola aliran flow shop multi stage, dimana setiap job akan melewati satu kali proses dalam satu mesin untuk kemudian diproses di mesin berikutnya. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan penjadwalan dengan menggunakan metode sistem lelang (auction based) untuk meminimasi weighted tardiness dan membandingkan jadwal produksi usulan dengan jadwal existing di perusahaan. Model penjadwalan sistem lelang dengan tujuan minimasi weighted tardiness yang dipakai adalah model penjadwalan Ilhami (2010) dengan memodifikasi aturan list scheduling. Pada penelitian ini metode SPT-F, SPT-B, LPT-F, dan LPT-B digunakan sebagai perbandingan dengan hasil penjadwalan sistem lelang. Dari hasil penelitian didapat nilai weighted tardiness penjadwalan dengan sistem lelang sebesar 24 dengan tardiness 16 hari, dengan metode SPT-F didapat weighted tardiness sebesar 201 dengan tardiness 104 hari, dengan metode SPT-B didapat weighted tardiness sebesar 129 dengan tardiness 20 hari, dengan metode LPT-F didapat weighted tardiness sebesar 129 dengan tardiness 67 hari, dengan metode LPT-B didapat weighted tardiness sebesar 45 dengan tardiness 25 hari, dan pada jadwal existing perusahaan didapat weighted tardiness sebesar 153 dengan tardiness 88 hari. Dari hasil analisa dapat diketahui bahwa penjadwalan sistem lelang adalah yang paling baik karena memberikan nilai weighted tardiness paling kecil diantara keenam penjadwalan yang telah dilakukan. Dengan urutan jadwal pada mesin CPL adalah job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3, pada mesin CTCM adalah job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3, pada mesin ECL1 adalah job 1 – job 2 – job 4 – job 5, pada mesin ECL2 adalah job 6 – job 3, pada mesin BAF job 6 – job 4 – job 5, dan pada mesin TPM adalah job 6 – job 4 – job 5.

**Kata kunci:** Penjadwalan, Weighted Tardiness, Flow Shop Multi Stage, Sistem Lelang.

### ABSTRACT

This research was conducted at manufacturing company that produced steel reels and sheets. Steel roll was divided into three sections based on the size of its thickness, the thickness of the size of the lite  $\leq 0.2$  mm, medium size with a thickness of  $0.21$  mm –  $0.59$  mm, thickness-size and heavy  $\geq 0.6$  mm. In the process of making steel roll was divided into 2 types: full hard was processed with a CPL, CTCM, and ECL, while the soft type was processed with a CPL, CTCM, ECL, BAF, and TPM. The production process of steel trusses forms the flow pattern of flow shop multi stage, where every job going through a one-time process in one engine and then processed in the next machine. This research aims to carry out scheduling using the method of system auction (auction based) to manage the weighted tardiness and compare the production schedule proposal with schedule of existing in the company. Modeling of scheduling system for the purpose of manage the auction weighted tardiness scheduling model used was Ilhami (2010) by modifying the rule list scheduling. From the research obtained the value of tardiness weighted rescheduled with auction system by 24 with tardiness 16 days, with the methods SPT-F obtained weighted tardiness of 201 with tardiness 104 days, with the methods SPT-B obtained weighted tardiness of 129 with tardiness 20 days, with the methods LPT-F obtained weighted tardiness of 129 with tardiness 67 days, with the methods LPT-B obtained weighted tardiness as much as 45 with tardiness 25 days, and on a schedule existing company acquired weighted tardiness of 153 with tardiness 88 days. From the results of the analysis can be known that scheduling of the auction system is the most for giving the weighted value tardiness among the smallest sixth scheduling has been done. By the order of the schedule on the engine CPL is job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – 5 – job job 3, on the engine CTCM is job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – 5 – job job 3, on the engine ECL1 is job 1 – job 2 – job 4 – job 5, on the engine ECL2 is the job 6 – job 3, on the engine BAF is job 6 – job 4 – job 5, and on the engine TPM is the job 6 – job 4 – job 5.

**Keywords:** Scheduling, Weighted Tardiness, Flow Shop Multi Stage, Auction System.

## PENDAHULUAN

PT. XYZ merupakan perusahaan industri baja terbesar di Indonesia, hasil kualitas produk PT. XYZ telah diakui sampai tingkat internasional. Dalam proses pembuatan produknya, PT. XYZ memiliki enam pabrik utama, yaitu Pabrik Besi Spons (*Direct Reduction Plant*), Pabrik Slab Baja (*Slab Steel Plant*), Pabrik Billet Baja (*Billet Steel Plant*), Pabrik Baja Lembaran Panas (*Hot Strip Mill*), Pabrik Baja Lembaran Dingin (*Cold Rolling Mill*), dan Pabrik Baja Batang Kawat (*Wire Rod Mill*). Pabrik Slab Baja (*Slab Steel Plant/SSP*).

Lembaran baja canai dingin yang diproduksi oleh pabrik CRM terbagi menjadi 2 macam bentuk yaitu CRC (*Cold Rolled Coil*) yang bentuk akhirnya berupa gulungan baja dan CRS (*Cold Rolled Sheet*) yang bentuk akhirnya berupa lembaran-lembaran baja. Produk dari CRM dapat diperuntukan sebagai penggunaan pada produksi pelat-timah, pada industri pipa, tabung, dan penggunaan pada industri otomotif. Bahan baku yang digunakan dalam pembuatan lembaran baja canai dingin (*Cold Rolling Mill*) adalah dari produk pabrik baja lembaran panas (*Hot Strip Mill*) yang merupakan integritas sebelumnya dari pabrik *Cold Rolling Mill*.

Jika berdasarkan ukuran produk, pabrik CRM bisa dibagi menjadi 3 bagian yaitu *lite*, adalah baja dengan ukuran ketebalan  $\leq 0,2$  mm, *medium*, adalah baja dengan ukuran ketebalan 0,21 mm – 0,59 mm, dan *heavy*, adalah baja dengan ukuran ketebalan 0,6 mm keatas. Dalam proses pembuatan produk CRC (*Cold Rolled Coil*) dibagi menjadi 2 jenis, yaitu *full hard* dan *soft*. Tipe aliran pada proses pembuatan kedua jenis produk ini menggunakan aliran *flowshop*. Dalam proses pembuatan jenis *full hard*, pabrik *Cold Rolling Mill* menggunakan mesin CPL (*Continuous Pickling Line*), CTCM (*Continuous Tandem Cold Mill*), dan ECL (*Electrolitic Cleaning Line*). Sedangkan dalam proses pembuatan jenis *soft* melalui proses yang lebih panjang dari pada jenis *full hard*, yaitu menggunakan mesin CPL (*Continuous Pickling Line*), CTCM (*Continuous Tandem Cold Mill*), ECL (*Electrolitic Cleaning Line*), BAF (*Batch Annealing Furnace*), dan TPM (*Temper Pass Mill*).

Pabrik *Cold Rolling Mill* memiliki tipe produksi *make to order*, dimana pembuatan produk didasarkan atas permintaan konsumen. Tipe produksi seperti ini membuat pabrik *Cold Rolling Mill* perlu membuat jadwal produksi yang optimal agar permintaan konsumen tidak melebihi batas waktu yang ditentukan atau mungkin terlalu cepat selesai diproduksi sehingga dapat mengakibatkan penumpukan produk jadi di gudang dengan *lead time* yang lama, sehingga kepuasan dan kepercayaan konsumen tetap terjaga dan perusahaan dapat bersaing dengan perusahaan lain yang bergerak di bidang yang sama. Kasus yang terjadi di pabrik CRM mengalami keterlambatan pada bulan Februari – Maret sebesar 2.650 ton. Banyak *job* yang mengalami pengerjaan yang melebihi batas

waktu yang ditentukan sehingga banyak *job* yang terlambat (*lateness*) dari *due date*-nya dibandingkan *job* yang selesai lebih awal (*earliness*) dari *due date*-nya.

Salah satu metode yang digunakan untuk meminimasi keterlambatan atau *weighted tardiness* adalah dengan metode lelang yang dilakukan pada penelitian Ilhami (2010). Penjadwalan sistem lelang (*auction based*) adalah metode penjadwalan yang menggunakan mekanisme lelang, dimana dalam penjadwalan lelang ini mesin berperan sebagai juru lelang (*auctioneer*), *job* akan berperan sebagai peserta lelang (*bidder*), dan *slot* waktu sebagai barang yang akan dilelangkan. Peserta lelang (*bidder*) ini akan melakukan penawaran *slot* waktu yang dimiliki juru lelang (*auctioneer*). Jika *job* yang menginginkan *slot* waktu tersebut lebih dari satu peserta lelang maka proses pelelangan akan terjadi. Dalam proses pelelangan ini *job* akan berusaha menawar *slot* waktu yang menguntungkan *job* tersebut dan juru lelang akan menaikkan harga *slot* waktu untuk mengurangi persaingan dan harga masing-masing *slot* akan berbeda tergantung banyaknya *job* yang memperebutkannya. Mekanisme ini akan berlangsung sampai ada *job* yang mengalah untuk menawar *slot* waktu yang lain. Penjadwalan ini termasuk penjadwalan terdistribusi aktif, yang artinya mekanisme *job* dan mesin-lah yang menentukan penjadwalannya sendiri.

Metode lelang yang dilakukan pada penelitian Ilhami (2010) digunakan untuk meminimasi keterlambatan atau *weighted tardiness*. Penelitian Wibisono (2012) menguraikan tentang penggunaan penjadwalan metode lelang dalam penjadwalan dengan pola aliran *flexible flowshop*. Penelitian Muhammad (2013) menguraikan tentang penggunaan penjadwalan metode lelang dalam penjadwalan metode lelang dalam pola aliran *flow shop 1 – stage*. Berdasarkan uraian di atas maka pada penelitian ini dilakukan pengembangan model penjadwalan lelang dalam pola aliran yang lebih luas, yaitu *flow shop multi stage*.

## METODE PENELITIAN

Pengumpulan data dilakukan dengan dua cara, yaitu observasi secara langsung ke lapangan dan wawancara. Data-data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah jumlah dan mesin yang digunakan, data produksi, data *due date job*, data waktu proses, data bobot keterlambatan. Setelah didapatkan data-data yang dibutuhkan, tahapan selanjutnya adalah pengolahan data dengan memodifikasi *list scheduling* penjadwalan sistem lelang pada pola aliran *flow shop multistage* dengan kriteria meminimasi *weighted tardiness*.

Langkah-langkah dalam penjadwalan dengan sistem lelang ini yaitu penentuan aturan dan perumusan *bidding*, perubahan harga dengan *sub gradient* dan modifikasi *list scheduling*. Menguraikan hasil pengolahan data dengan metode sistem lelang (*auction based*) dibandingkan dengan metode *Shortest*

Processing Time (SPT) dan Longest Processing Time (LPT). Apabila dengan metode lelang dapat memberikan hasil yang optimal maka penjadwalan ini akan dapat diusulkan dengan melihat kekurangan dan kelebihanannya.

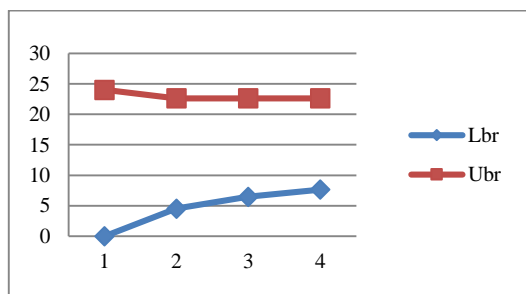
**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Penjadwalan dengan sistem lelang berikut memiliki tujuan untuk meminimasi *weighted tardiness*. *Weighted tardiness* merupakan keterlambatan *job* dengan faktor prioritas pengerjaan (bobot), dimana nilai *weighted tardiness* didapatkan dari penjumlahan antara *weighted earliness* dan *weighted lateness*. Bobot ini dikarenakan masing-masing *job* memiliki dampak yang berbeda-beda bagi perusahaan maupun konsumen. Dalam penjadwalan dengan sistem lelang ini terdapat 5 langkah pengerjaan yaitu mesin menginisiasi parameter, *job* membuat *bids* (penawaran), mesin mengumpulkan seluruh *bids* dan membentuk jadwal inisial, membuat jadwal *feasible* dan menghitung harga lamda baru, dan mesin memeriksa *stopping criteria*. Dalam perhitungan ini dilakukan dalam ronde-ronde lelang sehingga hasil yang diperoleh adalah berdasarkan solusi yang mendekati nilai optimal. Pada perhitungan menggunakan sistem lelang menghasilkan 4 iterasi sampai memenuhi *stopping criteria*. Dibawah ini merupakan rekap hasil iterasi:

**Tabel 1 Rekap Hasil Iterasi**

Iterasi	LBr	Ubr	Alpha	WT	Sub Gradient
1	0	24.0	2	24	0.20
2	4.52	22.6	1	24	0.11
3	6.48	22.6	0.5	24	0.06
4	7.65	22.6	0.25	29	0.03

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa penjadwalan yang mendekati optimal adalah pada iterasi 1, 2 dan 3 yang memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 24.



Gambar 1 Grafik Pergerakan Nilai UBr dan LBr

Dari Gambar 1 terlihat dari iterasi 1 sampai dengan iterasi 4 bahwa nilai UBr dan LBr semakin dekat. Hal ini menandakan bahwa semakin kecilnya selisih antara UBr dan LBr maka semakin mendekatinya harga yang ditawarkan juru lelang (mesin) kepada peserta lelang (*job*). Fungsi UBr dan LBr ini berkaitan dengan mekanisme lelang yang dapat memberikan

solusi baru dan pada kondisi dengan selisih tertentu akan menjadi kriteria berhentinya iterasi.

**Langkah 1** Mesin Menginisiasi Parameter.

1. Menginisiasi parameter yang diperlukan  
 $r = 1$   
 $LBI = 0$   
 $UB1 = \infty$   
 $\alpha = 2$

**Tabel 2 Harga Lamda Awal**

Mesin	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20	J21	J22	J23	J24	J25	J26	J27	J28	J29	J30
CPL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CTCM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ECL1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BAP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\text{Total lamda} = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{TC} \lambda_{mt} = 0$$

2. Mesin mengirimkan informasi lamda ( $\lambda$ ) ke *job*.

**Langkah 2** Job Membuat Bids (Penawaran)

1. Men-generate alternatif *bids* yang mungkin

**Tabel 3 Perhitungan Bids Iterasi 1**

Job	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
3	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
4	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
5	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
6	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

Contoh perhitungan *bids job* 1 pada saat  $t = 1$ .

Pada saat  $t = 1$  *job* 1 memiliki *routing* mesin dari CPL – CTCM – ECL1. Dengan waktu proses di mesin CPL 3, pada mesin CTCM 4 dan pada mesin ECL1 5. Hal ini membuat *start time job* di CPL  $t=1$  dan selesai pada  $t=3$ , di mesin CTCM *start time job*  $t=4$  dan selesai pada  $t=7$ , dan di mesin ECL1 *start time job*  $t=8$  dan selesai pada  $t=12$ . Perumusan *bids* ini didapat dari total harga lamda selama *slot* waktu yang digunakan ditambah *weighted tardiness*-nya.

$$E = \max \left( 0, di - \sum_{t=1}^{TC} tx_{i,t} \right)$$

$$E = \max (0, 30 - 12)$$

$$E = \max (0, 18) = 18$$

$$L = \max \left( 0, \sum_{t=1}^{TC} tx_{i,t} - di \right)$$

$$L = \max (0, 12 - 30)$$

$$L = \max (0, -18) = 0$$

WT (*weighted tardiness*) dihitung dengan rumus 4.8.

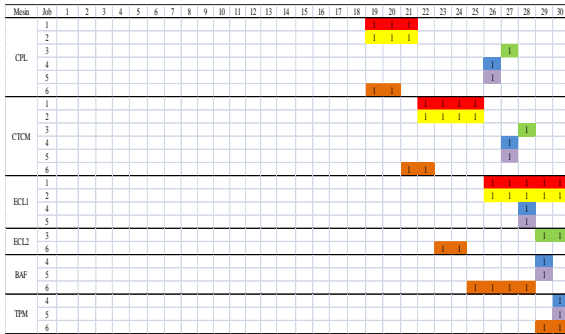
$$WT = (1 \times 18) + (2 \times 0) = 18$$

Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Bid} &= \text{harga lamda yang dipakai (CPL, CTCM dan ECL)} + WT \\ &= (0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0) + 18 \\ &= 18 \end{aligned}$$

**Langkah 3** Mesin Mengumpulkan Seluruh Bids dan Membentuk Jadwal Inisial

1. Membuat jadwal inisial



Gambar 2 Jadwal Inisial Iterasi 1

2. Menghitung Lower Bound

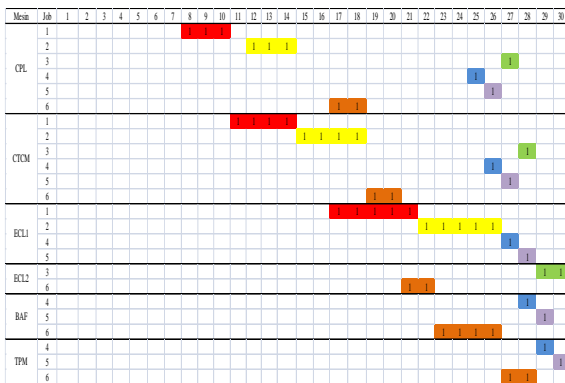
Tabel 4 Lower Bound Iterasi 1

Job	Bids
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
Total	0

$LR(\lambda_1) = 0$   
 $LB_2 = \max(LB_1, \text{nilai dari } LR(\lambda_1))$   
 $LB_2 = \max(0, 0)$   
 $LB_2 = 0$

**Langkah 4** Membuat Jadwal Feasible dan Menghitung Harga Lamda ( $\lambda$ ) Baru.

1. Membuat jadwal feasible



Gambar 3 Jadwal Feasible Iterasi 1

Jadwal feasible dibuat berdasarkan aturan modifikasi list scheduling yang telah dibuat.

2. Menghitung biaya penggunaan mesin dengan jadwal feasible.

Tabel 5 Biaya Penggunaan Mesin Iterasi 1

Mesin	Job	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
CPL	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
CTM	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ECL1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ECL2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
BAF	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
TPM	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

3. Menghitung Ubr

Upper bound merupakan keinginan yang berasal dari mesin, sedangkan lower bound adalah keinginan yang berasal dari job. Upper bound adalah nilai yang berasal dari jadwal yang pasti feasible. Oleh karenanya jika upper bound sama dengan lower bound maka jadwal yang diusulkan oleh job sudah pasti feasible.

4. Menghitung konflik pada slot waktu

Konflik akan terjadi jika pada slot waktu yang sama diinginkan oleh 2 job atau lebih. Untuk mengatasi konflik yang terjadi ini, maka diperlukan sebuah metode sub gradient.

5. Kuadrat konflik

Kuadrat konflik ini didapat dari hasil kuadrat konflik.

6. Sub gradient

Sub gradient adalah mekanisme peningkatan harga slot waktu dengan tujuan jika ada 2 job atau lebih yang memilih slot waktu yang sama, job-job tersebut dapat memilih slot waktu yang lain.

7. Menghitung harga lamda baru.

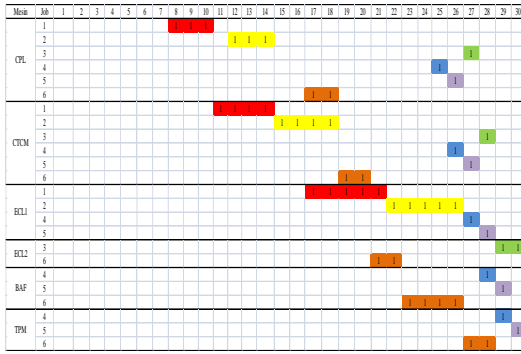
Harga lamda baru merupakan harga lamda yang akan digunakan pada iterasi selanjutnya.

8. Menentukan nilai alpha

Nilai alpha kurang dari 0,3 adalah pemberian kesempatan 3 kali pada iterasi yang tidak terjadi peningkatan signifikan pada nilai sub gradient. Nilai 3 kali kesempatan didapat dari selisih antara sub gradient iterasi r dengan sub gradient-1 kurang dari 0,17 sebelum iterasi berhenti.

**Langkah 5** Mesin memeriksa stopping criteria

sub gradient = 0,20 > 0.001 Lanjutkan iterasi  
 Alpha = 2 > 0.3 Lanjutkan iterasi  
 Iterasi = 1 < 30 Lanjutkan iterasi  
 Karena nilai weighted tardiness minimum terdapat pada iterasi 1, 2, dan 3 yaitu sebesar 24, dibawah ini merupakan jadwal feasible dari iterasi ini dijadikan hasil penjadwalan sistem lelang.

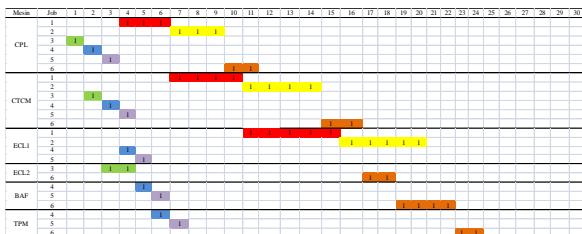


Gambar 4 Gantt Chart Penjadwalan dengan Sistem Lelang

Dari Gambar 4 diketahui bahwa pengerjaan dengan urutan jadwal pada mesin CPL adalah *job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3*, pada mesin CTCM adalah *job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3*, pada mesin ECL1 adalah *job 1 – job 2 – job 4 – job 5*, pada mesin ECL2 adalah *job 6 – job 3*, pada mesin BAF *job 6 – job 4 – job 5*, dan pada mesin TPM adalah *job 6 – job 4 – job 5*.

Selanjutnya sebagai metode pembandingan digunakan metode *Shortest Processing Time-Forward (SPT-F)* untuk menunjukkan metode mana yang dapat memberikan solusi yang lebih baik dengan performansi minimasi *weighted tardiness*.

Penjadwalan disusun berdasarkan *job* yang memiliki urutan waktu proses terkecil sampai terbesar. Berikut merupakan *ganttt chart* penjadwalan dengan metode SPT-F :



Gambar 5 Gantt Chart Penjadwalan dengan Metode SPT-F

Tabel 6 Perhitungan *Weighted Tardiness* Metode SPT-F

Job	waktu selesai (t-ke)	Due Date	E	L	WE	WL	WT
3	4	30	26	0	78	0	201
4	6	30	24	0	24	0	
5	7	30	23	0	46	0	
1	15	30	15	0	15	0	
2	20	30	10	0	20	0	
6	24	30	6	0	18	0	

Contoh Perhitungan :

Job 3

$$E = \text{Max} (0, \text{Due date} - \text{Waktu selesai})$$

$$= \text{Max} (0, 30-4)$$

$$= \text{Max} (0, 26) = 26$$

$$L = \text{Max} (0, \text{Waktu selesai} - \text{Due date})$$

$$= \text{Max} (0, 4-30)$$

$$= \text{Max} (0, -26) = 0$$

$$WE = E \times \text{Bobot Earliness} (\epsilon)$$

$$= 26 \times 3 = 78$$

$$WL = L \times \text{Bobot Lateness} (\tau)$$

$$= 0 \times 6 = 0$$

$$WT = \sum WE + \sum WL$$

$$= (78+24+\dots+20+18) +$$

$$(0+0+\dots+0+0) = 201 + 0 = 201$$

$$\sum E = 26+24+\dots+10+6 = 104$$

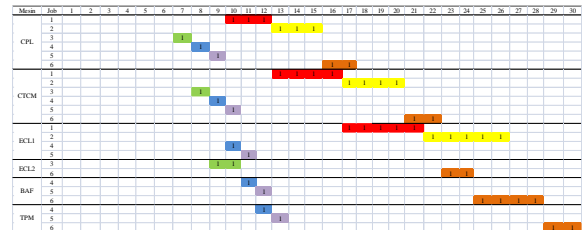
$$\sum L = 0+0+\dots+0+0 = 0$$

$$\text{Jumlah keterlambatan} (\sum E + \sum L) = 104$$

Dari Tabel 6 didapatkan bahwa nilai *weighted tardiness* dengan menggunakan metode SPT-F adalah sebesar 201.

Pembandingan selanjutnya adalah dengan menggunakan metode *Shortest Processing Time-Backward (SPT-B)*. Penjadwalan ini disusun berdasarkan *job* yang memiliki urutan waktu proses terkecil sampai terbesar, penjadwalan dilakukan dengan *job* yang memiliki waktu proses terbesar dijadwalkan sampai mencapai *due date*-nya.

Berikut ini merupakan *ganttt chart* dari penjadwalan SPT-B :



Gambar 6 Gantt Chart Penjadwalan dengan Metode SPT-B

Tabel 7 Perhitungan *Weighted Tardiness* Metode SPT-B

Job	waktu selesai (t-ke)	Due Date	Earliness	Lateness	WE	WL	WT
3	10	30	20	0	60	0	129
4	12	30	18	0	18	0	
5	13	30	17	0	34	0	
1	21	30	9	0	9	0	
2	26	30	4	0	8	0	
6	30	30	0	0	0	0	

Contoh Perhitungan :

Job 3

$$\text{Earliness} = \text{Max} (0, \text{Due date} - \text{Waktu selesai})$$

$$= \text{Max} (0, 30-10)$$

$$= \text{Max} (0, 20) = 20$$

$$\text{Lateness} = \text{Max} (0, \text{Waktu selesai} - \text{Due date})$$

$$= \text{Max} (0, 10-30)$$

$$= \text{Max} (0, -20) = 0$$

$$WE = E \times \text{Bobot Earliness} (\epsilon)$$

$$= 20 \times 3 = 60$$

$$WL = L \times \text{Bobot Lateness} (\tau)$$

$$= 0 \times 6 = 0$$

$$WT = \sum WE + \sum WL$$

$$= (60+18+\dots+8+0) + (0+0+\dots+0+0)$$

$$= 201 + 0 = 129$$

$$\sum E = 60+18+\dots+8+0 = 68$$

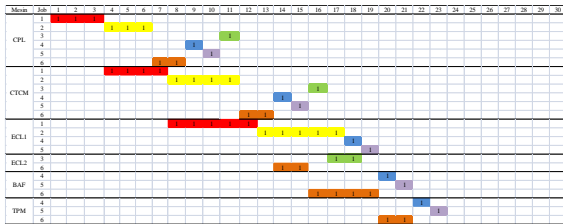
$$\sum L = 0+0+\dots+0+0 = 0$$

$$\text{Jumlah keterlambatan} (\sum E + \sum L) = 68$$

Dari Tabel 7 didapatkan bahwa nilai *weighted tardiness* dengan menggunakan metode SPT-B adalah sebesar 129.

Pembandingan selanjutnya adalah dengan menggunakan metode *Longest Processing Time-Forward* (LPT-F). Penjadwalan ini disusun berdasarkan *job* yang memiliki urutan waktu proses terbesar sampai terkecil, *job* yang memiliki waktu proses terbesar dijadwalkan paling awal dan seterusnya sampai waktu proses terkecil.

Berikut ini merupakan *gant chart* dari penjadwalan LPT-F.



Gambar 7 Gantt Chart Penjadwalan dengan Metode LPT-F

Tabel 8 Perhitungan *Weighted Tardiness* Metode LPT-F

Job	waktu selesai (t-ke)	Due Date	Earliness	Lateness	WE	WL	WT
1	12	30	18	0	18	0	
2	17	30	13	0	26	0	
6	21	30	9	0	27	0	
4	22	30	8	0	8	0	129
5	23	30	7	0	14	0	
3	18	30	12	0	36	0	

Contoh Perhitungan :

Job 1

$Earliness = \text{Max} (0, \text{Due date} - \text{Waktu selesai})$

$$= \text{Max} (0, 30-12) = \text{Max} (0, 18) = 18$$

$Lateness = \text{Max} (0, \text{Waktu selesai} - \text{Due date})$

$$= \text{Max} (0, 12-30) = \text{Max} (0, -12) = 0$$

$WE = E \times \text{Bobot Earliness} (\epsilon)$

$$= 18 \times 1 = 18$$

$WL = L \times \text{Bobot Lateness} (\tau)$

$$= 0 \times 2 = 0$$

$WT = \sum WE + \sum WL$

$$= (18+26+\dots+14+36) + (0+0+\dots+0+0) = 201 + 0 = 129$$

$$\sum E = 18+13+\dots+7+12 = 67$$

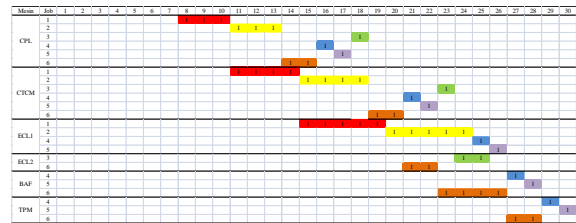
$$\sum L = 0+0+\dots+0+0 = 0$$

$$\text{Jumlah keterlambatan} (\sum E + \sum L) = 67$$

Dari Tabel 8 didapatkan bahwa nilai *weighted tardiness* dengan menggunakan metode SPT-B adalah sebesar 129.

Pembandingan selanjutnya adalah dengan menggunakan metode *Longest Processing Time-Backward* (LPT-B). Penjadwalan ini disusun berdasarkan *job* yang memiliki urutan waktu proses terbesar sampai terkecil, *job* yang memiliki waktu proses terbesar dijadwalkan paling awal dan seterusnya sampai waktu proses terkecil. Penjadwalan dilakukan dengan *job* yang memiliki waktu proses terkecil dijadwalkan sampai mencapai *due date*-nya.

Berikut ini merupakan *gant chart* dari penjadwalan LPT-B :



Gambar 8 Gantt Chart Penjadwalan dengan Metode LPT-B

Tabel 9 Perhitungan *Weighted Tardiness* Metode LPT-B

Job	waktu selesai (t-ke)	Due Date	Earliness	Lateness	WE	WL	WT
1	19	30	11	0	11	0	
2	24	30	6	0	12	0	
6	28	30	2	0	6	0	
4	29	30	1	0	1	0	45
5	30	30	0	0	0	0	
3	25	30	5	0	15	0	

Contoh Perhitungan :

Job 1

$Earliness = \text{Max} (0, \text{Due date} - \text{Waktu selesai})$

$$= \text{Max} (0, 30-19)$$

$$= \text{Max} (0, 19) = 11$$

$Lateness = \text{Max} (0, \text{Waktu selesai} - \text{Due date})$

$$= \text{Max} (0, 19-30)$$

$$= \text{Max} (0, -19) = 0$$

$WE = E \times \text{Bobot Earliness} (\epsilon)$

$$= 11 \times 1 = 11$$

$WL = L \times \text{Bobot Lateness} (\tau)$

$$= 0 \times 2 = 0$$

$WT = \sum WE + \sum WL$

$$= (11+12+\dots+0+15) + (0+0+\dots+0+0) = 45 + 0$$

$$= 45$$

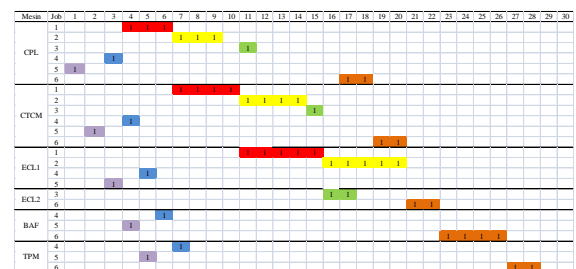
$$\sum E = 11+6+\dots+0+5 = 25$$

$$\sum L = 0+0+\dots+0+0 = 0$$

$$\text{Jumlah keterlambatan} (\sum E + \sum L) = 25$$

Dari Tabel 9 didapatkan bahwa nilai *weighted tardiness* dengan menggunakan metode LPT-B adalah sebesar 45.

Selanjutnya metode sistem lelang, SPT-F, SPT-B, LPT-F, LPT-B dibandingkan dengan penjadwalan *existing*. Berikut ini merupakan *gant chart* dari penjadwalan *existing* :



Gambar 9 Gantt Chart Existing

**Tabel 10 Perhitungan *Weighted Tardiness* Pada Kondisi *Existing***

Job	waktu selesai (t-ke)	Due Date	Earliness	Lateness	WE	WL	WT
5	5	30	25	0	50	0	
4	7	30	23	0	23	0	
1	15	30	15	0	15	0	153
2	20	30	10	0	20	0	
3	17	30	13	0	39	0	
6	28	30	2	0	6	0	

Contoh Perhitungan :

Job 5

$$Earliness = \text{Max} (0, \text{Due date} - \text{Waktu selesai})$$

$$= \text{Max} (0, 30-5)$$

$$= \text{Max} (0, 25) = 25$$

$$Lateness = \text{Max} (0, \text{Waktu selesai} - \text{Due date})$$

$$= \text{Max} (0, 25-30)$$

$$= \text{Max} (0, -5) = 0$$

$$WE = E \times \text{Bobot Earliness} (\epsilon)$$

$$= 25 \times 2 = 50$$

$$WL = L \times \text{Bobot Lateness} (\tau)$$

$$= 0 \times 4 = 0$$

$$WT = \sum WE + \sum WL$$

$$= (50+23+\dots+39+6) +$$

$$(0+0+\dots+0+0) = 153 + 0 = 153$$

$$\sum E = 25+23+\dots+13+2 = 88$$

$$\sum L = 0+0+\dots+0+0 = 0$$

$$\text{Jumlah keterlambatan} (\sum E + \sum L) = 88$$

Dari Tabel 10 didapatkan bahwa nilai *weighted tardiness* pada kondisi *existing* adalah sebesar 153.

Berikut merupakan rekapan dari perbandingan keenam penjadwalan tersebut:

**Tabel 11 Perbandingan Penjadwalan *Existing*, Sistem Lelang, SPT- F, SPT-B, LPT-F dan LPT -B**

Penjadwalan	Mesin	Urutan Job	Lateness (Hari)	Earliness (Hari)	Tardiness (Hari)	Total Weighted Tardiness
<i>Existing</i>	CPL	J5-J4-J1-J2-J3-J6	0	88	88	153
	CTCM	J5-J4-J1-J2-J3-J6				
	ECL1	J5-J4-J1-J2				
	ECL2	J3-J6				
	BAF	J5-J4-J6				
	TPM	J5-J4-J6				
Sistem Lelang	CPL	J1-J2-J6-J4-J5-J3	0	16	16	24
	CTCM	J1-J2-J6-J4-J5-J3				
	ECL1	J1-J2-J4-J5				
	ECL2	J6-J3				
	BAF	J6-J4-J5				
	TPM	J6-J4-J5				
SPT-F	CPL	J3-J4-J5-J1-J2-J6	0	104	104	201
	CTCM	J3-J4-J5-J1-J2-J6				
	ECL1	J4-J5-J1-J2				
	ECL2	J3-J6				
	BAF	J4-J5-J6				
	TPM	J4-J5-J6				
SPT-B	CPL	J3-J4-J5-J1-J2-J6	0	68	68	129
	CTCM	J3-J4-J5-J1-J2-J6				
	ECL1	J4-J5-J1-J2				
	ECL2	J3-J6				
	BAF	J4-J5-J6				
	TPM	J4-J5-J6				
LPT-F	CPL	J1-J2-J6-J4-J5-J3	0	67	67	129
	CTCM	J1-J2-J6-J4-J5-J3				
	ECL1	J1-J2-J4-J5				
	ECL2	J6-J3				
	BAF	J6-J4-J5				
	TPM	J6-J4-J5				
LPT-B	CPL	J1-J2-J6-J4-J5-J3	0	25	25	45
	CTCM	J1-J2-J6-J4-J5-J3				
	ECL1	J1-J2-J4-J5				
	ECL2	J6-J3				
	BAF	J6-J4-J5				
	TPM	J6-J4-J5				
LPT-B	CPL	J1-J2-J6-J4-J5-J3	0	25	25	45
	CTCM	J1-J2-J6-J4-J5-J3				
	ECL1	J1-J2-J4-J5				
	ECL2	J6-J3				
	BAF	J6-J4-J5				
	TPM	J6-J4-J5				

Dari Tabel 11 diketahui bahwa penjadwalan *existing* memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 153 dengan dengan *tardiness* 88 hari. Pada penjadwalan sistem lelang memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 24 dengan *tardiness* sebesar 16 hari. Pada penjadwalan SPT-F memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 201 dengan *tardiness* sebesar 104 hari. Pada penjadwalan SPT-B memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 129 dengan *tardiness* sebesar 68 hari. Pada penjadwalan LPT-F memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 129 dengan *tardiness* 67 hari. Pada penjadwalan LPT-B memiliki nilai *weighted tardiness* sebesar 45 dengan *tardiness* 25 hari. Nilai *weighted tardiness* diperoleh dari penjumlahan total *weighted lateness* dengan total *weighted earliness*. Dari perbandingan keenam jadwal tersebut dapat diketahui bahwa penjadwalan sistem lelang memiliki nilai *weighted tardiness* terkecil. Pada penjadwalan sistem lelang juga memiliki *earliness* terkecil diantara penjadwalan lainnya, karena penjadwalan sistem lelang pada kasus ini memiliki jenis penjadwalan *backward*, dimana ada *job* akan diselesaikan pada saat *due date*-nya dan pergeseran *job* pada saat terjadi konflik yang berdasarkan aturan *list scheduling* yang dibuat dengan mempertimbangkan *start time* dan bobot, yang mana bobot ini digunakan untuk mengurutkan prioritas *job* mana yang terlebih dahulu dikerjakan yang akan menyebabkan *earliness* menjadi tidak terlalu besar.

**KESIMPULAN**

Dari hasil dan pembahasan yang telah dibahas maka kesimpulan yang dihasilkan adalah Penjadwalan dengan sistem lelang dengan tujuan minimasi *weighted tardiness* pada pola aliran *flow shop multistage* memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 24 dengan urutan jadwal pada mesin CPL adalah *job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3*, pada mesin CTCM adalah *job 1 – job 2 – job 6 – job 4 – job 5 – job 3*, pada mesin ECL1 adalah *job 1 – job 2 – job 4 – job 5*, pada mesin ECL2 adalah *job 6 – job 3*, pada mesin BAF *job 6 – job 4 – job 5*, dan pada mesin TPM adalah *job 6 – job 4 – job 5*.

Jadwal produksi usulan dengan metode sistem lelang, SPT-F, SPT-B, LPT-F dan LPT-B dibandingkan dengan jadwal *existing* memberikan nilai *weighted tardiness* terkecil pada metode sistem lelang dengan nilai *weighted tardiness* sebesar 24. Jadwal produksi dengan metode SPT-F memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 201, metode SPT-B dan metode LPT-F memberikan nilai *weighted tardiness* yang sama sebesar 129, metode LPT-B memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 45, sedangkan pada jadwal *existing* memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 153.

**DAFTAR PUSTAKA**

Arifin, M., dan Rudyanto, A. 2010. *Perancangan Sistem Informasi Penjadwalan Produksi Paving Block Pada CV.*

Eko Joyo. *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2010 (SNATI 2010)*. Yogyakarta, 19 Juni 2010.

Baker, K. R. 1974. *Introduction to Sequencing dan Scheduling*. John Wiley dan Sons Inc. New York.

Bedworth, D. D., Bailey, J.E. 1987. *Integrated Production Control Systems : Management, Analysis, Design*, 2 ed. John Wiley & Sons, Inc: New York.

Brucker, P. 2007. *Scheduling Algorithms Fifth Edition*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany.

Conway, R. W., et. al., 1967. *Theory of Scheduling*. MA: Addison-Wesley.

Fisher, M.L. 1981. "Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problem", *Management Science*, Vol. 27, 1 – 18.

Harding, H.A., 1984. *Manajemen Operasi*, 2<sup>nd</sup> Edition. Balai Aksara, Jakarta.

Ilhami, M. A., 2010. *Pengembangan Model Penjadwalan Job Shop Dinamis yang Mempertimbangkan Routing Alternatif dengan Menggunakan Sistem Lelang*. Tesis. Teknik dan Manajemen Industri. Institut Teknologi Bandung. Bandung.

Kulcsar, G. 2005. *Modeling and Solving of The Extended Flexible Flow Shop Scheduling Problem*. Production System and Information Engineering Volume 3. Department of Information Engineering. University of Miskolc. Hungary.

Kutanoglu, E., dan Wu, S.D. 1999. *On Combinatorial Auction and Lagrangean Relaxation for Distributed Resource Scheduling*. *IEE Trans.*, Vol 31, No 9.

Laha, D. 2008. *Heuristics and Metaheuristics for Solving Scheduling Problems*. India : Jadavpur University.

Lin, S., Goodman, E., Punch, W., 1997. *A Genetic algorithm approach to dynamic job shop scheduling problems*, dalam Back, T., editor, Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms, 481 – 489, Morgan Kaufmann.

Muhammad, I. 2013. *Penjadwalan Pola Aliran Flow Shop 1 Stage Dengan Sistem Lelang Untuk Meminimasi Weighted Tardiness Dengan Mempertimbangkan Maintenance Dan Waktu Set Up*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri, FT Untirta, Cilegon.

Narasimhan, S.L., McLeavey, D.W., Billington, P.J., 1985, *Production Planning and Inventory Control*, 2 ed. New Jersey: Prentice- Hall International, Inc.

Nasution, A., et. al. 2003. *Perencanaan & Pengendalian Produksi*. Guna Widya. Surabaya.

Palit, H.C., et. al., 2003 *Penjadwalan Produksi Flexible Flow Shop Dengan Sequence-Dependent Setup Times Menggunakan Metode Relaksasi Lagrangian* (Studi Kasus Pada PT. Cahaya Angkasa Abadi). <http://puslit.petra.ac.id/journals/pdf.php?PublishedID=IND03050205>. Diakses pada tanggal 13 Januari 2012.

Sukoyo. 2010. *Model Penjadwalan Batch Multi Item dengan Dependent Processing Time*. *Jurnal Teknik Industri*, Vol.12, No. 2, Desember 2010. <http://puslit.petra.ac.id/journals/request.php?PublishedID=IND10120202>. Diakses pada tanggal 13 Januari 2012.

Uttari, S. 2008. *Usulan Penjadwalan Produksi Produk Main Frame Pada Mesin Punch Exentrik di PT. Beton Perkasa Wijaksana*. Skripsi. Jakarta : Universitas Pembangunan Nasional Veteran.

Wibisono, D. 2012. *Penjadwalan Mesin Pada Pola Aliran Flexible Flow Shop 2-Stage Dengan Sistem Lelang Untuk Meminimasi Weighted Tardiness*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri, FT Untirta, Cilegon.

Zarifoglu., E. 2005. *Auction Based Scheduling for Distributed Systems*. Tesis. Department Of Industrial Engineering. The Institute Of Engineering And Science Of Bilkent University.