

# Pemodelan Resiko Kontaminasi Sumur Rakyat oleh Sumur Resapan Limbah *Septic Tank*

JAYANUDIN<sup>1</sup>, MOH. FAHRURROZI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Teknik Kimia, Fakultas Teknik, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

<sup>2</sup>Departemen Teknik Kimia, Fakultas Teknik, Universitas Gajah Mada

Email: jayanudin@untirta.ac.id

## ABSTRAK

*septic tank merupakan salah satu pengelolaan limbah sederhana dan merupakan sumber dari limbah domestik. Limbah septic tank dapat mempengaruhi sumber air bersih seperti sumur, sehingga posisi sumber air harus benar supaya terbebas dari kontaminan BOD dari septic tank. Tujuan dari artikel ini adalah mengembangkan model transport kontaminan sumur resapan septic tank untuk memberikan rekomendasi jarak aman antara sumur dengan septic tank. Model transport kontaminan dibagi menjadi dua zona yaitu zona unsaturated dan saturated yang keduanya dipengaruhi oleh proses adveksi, dispersi dan biodegradasi. Berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan model yang dikembangkan menunjukkan bahwa pada model zona unsaturated dengan kedalaman 7 meter dengan waktu kurang dari 5000 hari mengandung BOD dibawah ambang batas, sedangkan pada zona saturated pada jarak 10 meter dengan waktu dibawah 3000 hari kandungan BOD masih aman, tetapi jika waktu diatas 5000 hari untuk zona unsaturated dan diatas 3000 hari untuk zona saturated konsentrasi BOD diatas ambang batas yang dikeluarkan oleh Pemerintah Republik Indonesia.*

**Kata kunci:** *BOD, septic tank, zona unsaturated, zona saturated*

## ABSTRACT

*Septic tank is a simple waste management and is a source of domestic waste. Septic tank waste can affect water sources such as wells, so that the position of water resources must be right in order to be free of contaminants BOD of septic tank. The purpose of this article is to develop a model of contaminant transport from septic tanks catchment wells to provide recommendations safe distance between the wells to septic tank. Contaminant transport model is divided into two zones: the unsaturated and saturated are both affected by the process of advection, dispersion and biodegradation. Based on calculations using the models developed show that under the zone of unsaturated to a depth of 7 meters with less than 5000 days containing BOD below the threshold, whereas in the zone saturated at a distance of 10 meters with a time under 3,000 days BOD loadings are safe, but if time over 5000 days for unsaturated zone and the 3000 days to the saturated zone BOD concentration above the threshold issued by the Government of the Republic of Indonesia*

**Keywords:** *BOD, septic tank, unsaturated zone, saturated zone*

## 1. PENDAHULUAN

Air merupakan sumber kehidupan, dimana semua makhluk hidup sangat membutuhkan air terutama untuk manusia. Air yang digunakan untuk aktivitas manusia harus terbebas dari bakteri dan kontaminan lain yang membahayakan kesehatan manusia. Pemerintah Republik Indonesia sudah membuat peraturan melalui Permenkes tentang standar kualitas air bersih dan air minum yaitu Permenkes No: 416/Menkes/Per/IX/1990 dan Keputusan menteri Kesehatan RI **No : 907/Menkes/SK/VII/2002** tentang persyaratan kualitas air minum.

Sumber air dapat mengambil dari air dalam tanah, air permukaan atau langsung dari air hujan. Ketiga sumber tersebut yang terbanyak adalah sumber air tanah yang digunakan untuk aktivitas manusia, kelebihan air dalam tanah adalah tingkat pencemaran yang relatif kecil. Kualitas air tanah juga sudah mulai berkurang seiring dengan pertambahan penduduk dan semakin padatnya pemukiman-pemukiman penduduk. Penurunan kualitas air tanah dapat disebabkan banyaknya pembuatan *septic tank* dan sumur resapan, sehingga kuantitas limbah yang meresap dalam tanah semakin banyak sehingga akan mempengaruhi kualitas air tanah. *Septic tank* adalah tangki penampungan limbah dan proses penghancuran kotoran-kotoran yang masuk, air limbah akan mengalir rembesan/sumur resapan dengan jarak yang tidak terlalu jauh dari *septic tank*. Sistem *septic tank* (SST) paling banyak digunakan untuk sistem pengumpulan dan pembuangan air limbah rumah tangga di seluruh dunia. Penggunaannya sangat umum di daerah pedesaan yang tidak memiliki sambungan ke sistem jaringan air limbah (Dudley dan May, 2007; Richards, dkk., 2016). SST dapat menimbulkan potensi resiko kesehatan manusia dan ekosistem jika mencapai permukaan atau air tanah tanpa penanganan yang efektif (Withers dkk., 2014). Kualitas limbah juga tergantung pada kandungan bahan organik dan penggunaan bahan kimia dalam rumah tangga, yang mempengaruhi pertumbuhan bakteri dan aktivitas di tangki (Brandes, 1978; Richards, dkk., 2016 ).

Pemerintah Selandia baru menetapkan jarak aman untuk *septic tank* dengan air permukaan adalah 20-30 meter dan 30-50 meter untuk air tanah, *US Public Health Service* (USPHS, 1958) menyatakan bahwa jarak aman *septic tank* adalah 15 meter dari air permukaan dan 30 meter dari setiap sumber air (Pang, et al., 2003), sedangkan di Indonesia menurut SNI 03-2916-1992 mengenai Spesifikasi sumur gali untuk sumber air bersih menyatakan bahwa jarak horizontal sumur ke arah hulu dari aliran air tanah atau sumber pengotoran (bidang resapan/*septic tank*) > 11 meter. Penelitian yang dilakukan oleh Puspawati, dkk (2012) menyatakan bahwa jarak sumur galian dengan *septic tank* lebih dari 11 meter mengandung MPN *Coliform* dibawah 50/100 mL, dan ini masih memenuhi syarat sebagai air bersih dan sumur galian yang jaraknya kurang dari 11 meter mengandung MPN *Coliform* lebih dari 50/100 mL sehingga tidak memenuhi syarat sebagai sumber air bersih, sedangkan syarat sebagai sumber air minum tidak boleh mengandung MPN *Coliform* sama sekali.

*Effluent septic tank* tergolong limbah domestik atau limbah rumah tangga yang merupakan gabungan dari pembuangan air kotor dari kamar mandi, kakus dan dapur. Selain kandungan bakteri *Coliform* juga mengandung BOD (*Biochemical oxygen demand*), berdasarkan Peraturan Pemerintah RI No. 82 Tahun 2001 kandungan BOD untuk mutu air kelas 1 yaitu air yang peruntukannya dapat digunakan untuk air baku air minum, dan atau peruntukan lain yang mempersyaratkan mutu air yang sama dengan kegunaan tersebut yaitu sebesar 2 mg/L. Konsentrasi rata-rata BOD *effluent septic tank* adalah 150-250 mg/L (Crites dan Tchobanoulous, 1998; Pradhan, dkk., 2011), menurut Mara (2004) beban limbah cair dengan konsentrasi kuat sebesar 500 mg/L.

Perhitungan jarak aman antara sumur resapan dari *septic tank* dengan sumber air sangat diperlukan, beberapa penelitian yang sudah dilakukan untuk menggambarkan *transport* kontaminan dalam tanah dengan memodelkan secara matematis sudah banyak dilakukan,

biasanya model matematik yang digunakan untuk menggambarkan *transport* polutan dalam air tanah melibatkan persamaan adveksi-dispersi yang berasal dari prinsip neraca massa. Teknik yang digunakan dapat secara analisis dan numeris untuk masalah yang berbeda yang muncul dipencemaran air tanah (Kim, 2005; Malaguerra, dkk., 2013), metode secara analitik dengan menggunakan Transform Laplace dan Fourier untuk menghitung *transport* solut dalam *aquifers* (Chen, dkk., 2012; Connell, 2007; Singh, 2013).

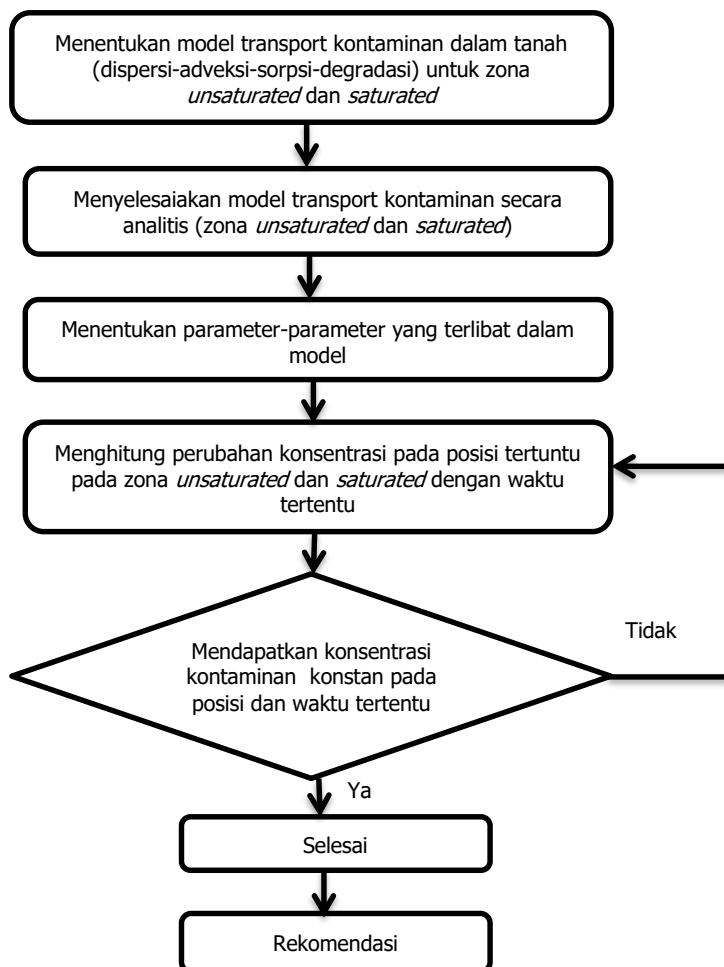
Pemodelan dalam artikel ini untuk menggambarkan *transport* kontaminan pada zona *unsaturated* dalam tanah secara vertikal dan horizontal pada zona *saturated* merupakan sumber air tanah yang digunakan sumber air untuk sumur, pada Gambar 1 berikut ini adalah gambaran tentang zona dalam tanah dan gambaran *transport* kontaminan sumur resapan dari *septic tank* dalam tanah.

*Transport* kontaminan dalam tanah *unsaturated* dan *saturated* akan mengalami proses adveksi, dispersi dan reaksi dalam kondisi aliran yang tetap.

Tujuan dari artikel ini adalah mengembangkan penyelesaian mengenai *transport* kontaminan dalam tanah yang akan digunakan sebagai rekomendasi jarak aman antara sumur sebagai sumber air untuk konsumsi dan sanitasi Masyarakat dengan sumur resapan dari *septic tank* sebagai sumber kontaminan.

## 2. METODOLOGI

Pada Gambar 2 berikut ini adalah logaritma perhitungan model *transport* kontaminan dalam tanah :



**Gambar 2.** Logaritma perhitungan

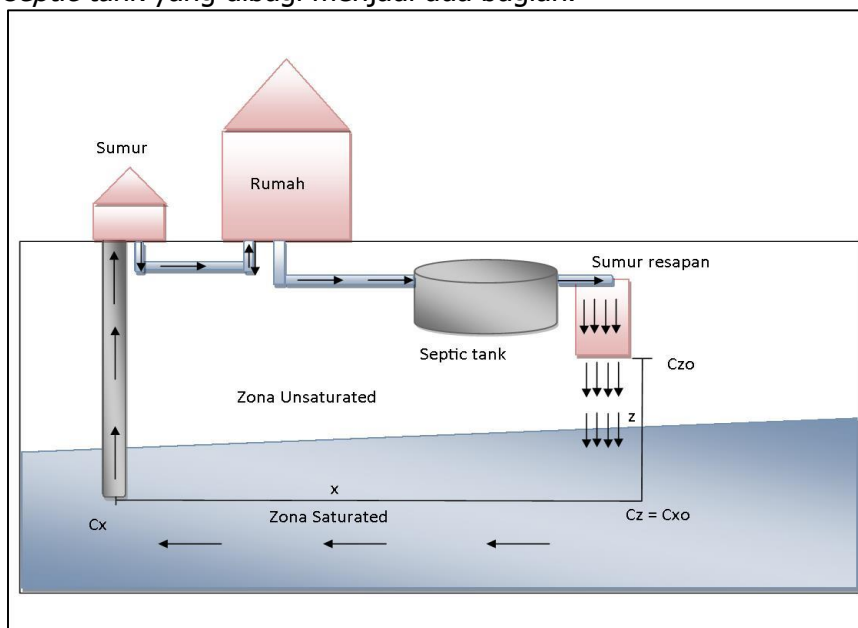
### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model yang akan dikembangkan dalam artikel ini terbagi menjadi dua bagian secara terpisahkan yaitu aliran vertikal pada zona *unsaturated* dan aliran horinzontal pada zona *saturated*. Pada zona *unsaturated* atau aliran vertikal membutuhkan waktu singkat yang relatif singkat sehingga penyelesaian *steady state* pada persamaan umum dapat digunakan, sedangkan pada zona *saturated* membutuhkan waktu yang sangat lama untuk keadaan *steady state*.

Asumsi yang dilakukan dengan membagi dua bagian yaitu *transport* kontaminan terjadi pada medium berpori yaitu pada zona *unsaturated* dan zona *saturated*, adalah pada zona *unsaturated*, kontaminan hanya mengalir secara vertikal karena adanya pengaruh gaya gravitasi, sedangkan aliran horizontal diabaikan karena kontaminan akan sangat sulit mengalir secara horizontal. Hal ini disebabkan karena sangat sedikit atau bahkan tidak sama sekali aliran air tanah dalam zona *unsaturated*.

Pada zona *saturated*, sebenarnya lebih kompleks dibandingkan dengan zona *unsaturated* karena membutuhkan waktu yang lama untuk keadaan *steady state* dan zona *saturated* merupakan permasalahan tiga dimensi, tetapi pada pemodelan ini disederhanakan menjadi satu dimensi. Asumsi ini diambil karena dipengaruhi oleh pergerakan air tanah secara horizontal lebih besar dibandingkan secara vertikal.

Pada Gambar 3 berikut ini adalah profile tentang pemodelan *transport* kontaminan sumur resapan dari *septic tank* yang dibagi menjadi dua bagian.



**Gambar 3.** Profile proses *transport* kontaminan *septic tank*

Berdasarkan Gambar 3 dapat disusun model *transport* kontaminan *septic tank* sampai ke sumber air, berikut ini adalah model yang dapat disusun dalam artikel ini :

#### 3.1. Zona unsaturated

##### 3.1.1. Model transport kontaminan pertama

Pada zona *unsaturated* diasumsikan hanya terjadi proses degradasi (order satu) dan sorpsi pada partikel tanah. Persamaan umum yang digunakan untuk memprediksikan konsentrasi kontaminan pada zona *unsaturated* dari keluaran *septic tank* mengacu pada persamaan yang dikembangkan oleh Huyakorn, dkk., (1985) dan Lee, dkk.,(1998).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \phi S_w D_{zx} \frac{\partial C}{\partial x} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \phi S_w D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + \phi S_w D_{xz} \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \phi S_w \left( v_z \frac{\partial C}{\partial z} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \phi S_w R \left( \frac{\partial C}{\partial t} + k_{b2} C \right) \quad (1)$$

Dimana

- $z, x$  = *transport* kontaminan secara vertikal dan horizontal (m)
- $\phi$  = porositas efektif
- $S_w$  = relatif *saturation* pada phase air
- $D_{zx, zz, xx, xz}$  = koefisien dispersi hidrodinamik (m<sup>2</sup>/d)
- $C$  = konsentrasi kontaminan (mg/L)
- $v_{z,x}$  = kecepatan air secara vertikal dan horizontal (m/d)
- $k_{b2}$  = laju biodegradasi order satu (d<sup>-1</sup>)
- $R$  = faktor penghambatan (*retardation factor*)

$$R = 1 + \frac{\rho_b}{\phi S_w} K_{d2} \quad (2)$$

Dimana  $\rho_b$  = densitas *bulk* tanah (kg/L); dan  $K_{d2}$  = koefisien distribusi (1/kg)

Asumsi yang dilakukan adalah sebagai berikut :

- a. Laju alir melalui *septic tank* adalah konstan
- b. Proses dispersi solut diabaikan
- c. Arah aliran adalah vertikal, sedangkan arah horizontal diabaikan karena laju alir arah horizontal sangat kecil sekali.

Berdasarkan asumsi tersebut, maka persamaan 1 dapat disederhanakan menjadi :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \phi S_w D_{zx} \frac{\partial C}{\partial x} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \phi S_w D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + \phi S_w D_{xz} \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \phi S_w \left( v_z \frac{\partial C}{\partial z} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \phi S_w R \left( \frac{\partial C}{\partial t} + k_{b2} C \right)$$

Maka persamaan menjadi :

$$-\phi S_w v_z \frac{\partial C}{\partial z} = \phi S_w R k_{b2} C \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = -\frac{R k_{b2}}{v_z} C \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = -\lambda C \quad (5)$$

Dimana :

$$\lambda = \frac{R k_{b2}}{v_z} \quad (6)$$

$$v_z = \frac{Q}{\phi S_w A_T} \quad (7)$$

$A_T$  = area efektif *drainase* (m<sup>2</sup>)

Persamaan 5 dapat diselesaikan secara analitis untuk menentukan perubahan konsentrasi kontaminan dalam zona *unsaturated* dengan kedalaman :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial z} &= -\lambda C \\ \int_{C_o}^C \frac{dC}{C} &= -\lambda \int_0^z dz \\ C &= C_o \exp(-\lambda z) \end{aligned} \quad (8)$$

Dimana  $C_o$  = konsentrasi awal *effluent* dari *septic tank* (mg/L)

### 3.1.2. Model transport kontaminan kedua

Model transport kontaminan yang kedua ini adalah *unsteady state* dimana perubahan konsentrasi kontaminan dipengaruhi oleh waktu dan jarak, model kedua ini masih mengalir secara vertikal. Proses yang terjadi pada model ini adalah proses adveksi-difusi dan degradasi pada order satu, penyusunan model *transport* kontaminan pada zona *unsaturated* mengacu pada O'Loughlin dan Bowmer, 1975; Runkel, 1996; Wexler, 1992; Van Genuchten dan Alves,

1982. Berikut ini adalah persamaan umum yang digunakan untuk memodelkan *transport* kontaminan dengan satu dimensi pada zona *unsaturated* pada arah aliran vertikal :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - V \frac{\partial C}{\partial z} - \lambda C \quad (9)$$

*Initial* dan *boundary condition* adalah sebagai berikut :

IC :  $C = 0, \quad 0 < z < \infty \quad \text{pada } t = 0$

BC :  $C = C_0, \quad z = 0$

$C, \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad z = \infty$

Asumsi yang dilakukan adalah :

1. Fluida mempunyai densitas dan viskositas konstan
2. Transformasi atau degradasi kimia terjadi pada order pertama
3. Kecepatan aliran arah vertikal (z) yang mengalir secara konstan
4. Koefisien dispersi longitudinal (D), ekuivalen dengan  $D_z$  adalah konstan

Penyelesaian pada persamaan (9) dapat dilakukan secara analitis berdasarkan asumsi, initial dan boundary condition yang dibuat. Penyelesaian persamaan (9) dapat dilakukan dengan Transformasi Laplace yang mengacu pada penyelesaian yang dilakukan oleh Bear, 1972 pp. 360; O'Loughlin dan Bowmer, 1975; Van Genuchten dan Alves, 1982; Carslaw dan Jaeger, 1984, penyelesaian lengkap dapat dilihat pada Apendix.

$$C(z, t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp \left[ \frac{z}{2D} (V - U) \right] \cdot \operatorname{erf} \left[ \frac{z - Ut}{2\sqrt{Dt}} \right] + \exp \left[ \frac{z}{2D} (V + U) \right] \cdot \operatorname{erf} \left[ \frac{z + Ut}{2\sqrt{Dt}} \right] \right\} \quad (10)$$

dimana

$$U = \sqrt{V^2 + 4\lambda D} \quad (11)$$

### 3.2. Zona *saturated*

Zona jenuh (*saturated zone*) adalah area batuan yang berada di bawah muka air tanah, dimana pori-pori dalam batuan tersebut sangat penuh dengan air. Untuk mendapatkan sumber air sumur kedalamnya harus mencapai zona jenuh. Setiap daerah mempunyai kedalaman yang berbeda-beda, hal ini ditunjukkan oleh kedalaman sumur untuk mendapatkan sumber air.

Pemodelan *transport* kontaminan dalam zona *saturated* lebih kompleks dibandingkan dengan zona *unsaturated* karena membutuhkan waktu yang sangat lama untuk mencapai kondisi *steady state* dan juga karena zona *saturated* merupakan permasalahan tiga dimensi (Lee, dkk., 1998).

Dalam kasus ini diasumsikan bahwa persamaan umum yang digunakan untuk *transport* pada zona *saturated* ini disederhanakan hanya pada satu dimensi saja dengan tetap proses yang terjadi adalah adveksi-dispersi dan degradasi pada media berpori. Arah aliran kontaminan adalah secara horizontal, asumsi ini disebabkan karena pada zona *saturated* penuh dengan air, ketika ada ruang kosong karena pembuatan sumur maka air akan mengalir pada sumur tersebut sehingga kecepatan aliran secara horizontal lebih besar dibandingkan aliran secara vertikal, maka aliran secara vertikal diabaikan.

Persamaan umum untuk transport zona *saturated* adalah proses adveksi-dispersi pada satu dimensi (Lee, dkk., 1998; Van Genuchten dan Alves, 1982).

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} - R \frac{\partial C}{\partial t} = k_{b3} C \quad (12)$$

Dimana :

x = arah aliran pada sumbu x

t = waktu (day)

C = konsentrasi

D = koefisien dispersi

v = kecepatan aliran air (m/d)

$$v = \frac{Ki}{n} \quad (13)$$

Dimana,  $K$  = konduktivitas hidraulik (m/d);  $n$  = porositas efektif; dan  $i$  = gradien hidroulik (m/m).

$$i = \frac{\partial h}{\partial l} \quad (14)$$

Dimana :

$\frac{\partial h}{\partial l}$  = perubahan head hiroulic terhadap panjang spesifik (m/m)

$k_{b3}$  = laju biodegradasi order satu ( $d^{-1}$ )

$R$  = koefisien penghambatan

$$R = 1 + \frac{\rho_b}{n} k_{d3} \quad (15)$$

Dimana,  $\rho_b$  = densitas *bulk* tanah (kg/L);  $k_{d3}$  = koefisien distribusi (l/kg)

Persamaan 12 dapat dirubah karena arah longitudinal dari pergerakan kontaminan, sehingga menjadi persamaan berikut :

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} - k_{b3} C \quad (16)$$

Pengaruh karakteriasi kontaminan atau perubahan konsentrasi kontaminan membutuhkan waktu yang sangat lama untuk mencapai *stady state* dalam zona *saturated*. Persamaan 16 digunakan untuk menggambarkan pergerakan kontaminan pada zona *saturated*. Penyelesaian analitik persamaan 16 mengacu pada pemodelan matematis yang sudah dikembangkan oleh Lee, et al., 1998; O'Loughlin dan Bowmer, 1975; Van Genuchten dan Alves, 1982; Runkel, 1996 dan Wexler, 1992 dengan *Initial* dan *Boundary condition* sebagai berikut :

$$C(x, 0) = 0 \quad \text{untuk } x \geq 0$$

$$C(0, t) = C_o \quad \text{untuk } t > 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(\infty, t) = 0 \quad \text{untuk } t > 0$$

Dengan mengikuti Van Genuchten, 1981 dan mengacu pada penyelesaian yang sudah dilakukan pada model *transport* kontaminan kedua pada zona *unsaturated* dihasilkan persamaan analitis sebagai berikut :

$$C(x, t) = \frac{C_o}{2} \left\{ \exp \left[ \frac{(v-U)x}{2D} \right] \cdot \text{erf} \left[ \frac{Rx-Ut}{2\sqrt{RDt}} \right] + \exp \left[ \frac{(v+U)x}{2D} \right] \cdot \text{erf} \left[ \frac{Rx+Ut}{2\sqrt{RDt}} \right] \right\} \quad (17)$$

Dimana  $C_o$  = konsentrasi kontaminan awal pada muka air (*water table*) (mg/L); dan  $U$  = kecepatan efektif kontaminan (m/d).

$$U = v \sqrt{1 + \frac{4k_{b3}D}{v^2}} \quad (18)$$

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (19)$$

Berdasarkan model matematis yang telah disusun, maka dapat di hitung perubahan konsentrasi BOD kontaminan pada zona *unsaturated* mulai dari titik awal sumur resapan sampai dengan kedalaman sumur yang ditentukan dan dihitung waktu sampai konsentrasi akhir tetap pada kedalaman tersebut, konsentrasi ini yang akan digunakan untuk konsentrasi awal BOD untuk menentukan perubahan konsentrasi pada zona *saturated*. Data-data yang dibutuhkan untuk menunjang perhitungan model *transport* kontaminan ini diambil dari beberapa pustaka, berikut ini adalah data-data yang digunakan untuk menghitung perubahan konsentrasi BOD dalam tanah pada zona *unsaturated* dan *saturated* yang dikutip dari artikel Schecher, 1997; Prakash, 2000; Lee, dkk., 1998.

**Tabel 1.** Parameter –parameter model

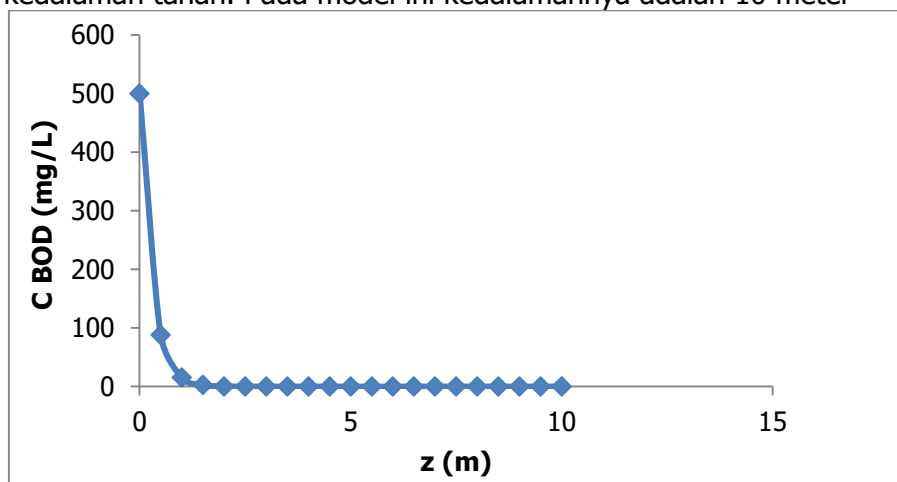
No	Variabel	Nilai	Pustaka
<b>Zona <i>unsaturated</i></b>			
1	Q = laju aliran limbah ke <i>septic tank</i> setiap hari (m <sup>3</sup> /day) (asumsi 120 L/hari dengan anggota keluarga 5 orang)	0,6	
2	A <sub>T</sub> = area efektif <i>drainase</i> (m <sup>2</sup> )	10	Lee, dkk
3	S <sub>w</sub> = relatif <i>saturation</i> pada phase air	0,375	Lee, dkk
4	φ = Porositas efektif	0,4	Schecher
5	Dz = koefisien dispersi hidrodinamik (m <sup>2</sup> /d) untuk model pertama zona <i>unsaturated</i>	0,07	Lee, dkk
6	k <sub>b2</sub> = koefisien biodegradasi zona <i>unsaturated</i> (d <sup>-1</sup> )	0,09	Schecher
7	K <sub>d2</sub> = koefisien distribusi zona <i>saturated</i> (d <sup>-1</sup> )	1,8	Schecher
8	ρ <sub>b</sub> = densitas bulk tanah (kg/L)	1,2	Schecher
9	v = kecepatan air dalam tanah (m/day)	0,00156	Prakash
10	D = koefisien dispersi (m <sup>2</sup> /d)	0,00143	Prakash
11	λ = koefisien degradasi order pertama (day <sup>-1</sup> )	0,00112	Prakash
<b>Zona <i>saturated</i></b>			
12	A <sub>T</sub> = area efektif <i>drainase</i> (m <sup>2</sup> )	10	Lee, dkk
13	S <sub>w</sub> = relatif <i>saturation</i> pada phase air	0,375	Lee, dkk
14	φ = Porositas efektif	0,4	Schecher
15	Dz = koefisien dispersi hidrodinamik (m <sup>2</sup> /d) untuk model pertama zona <i>unsaturated</i>	0,07	Lee, dkk
16	k <sub>b3</sub> = koefisien deგრdasi order pertama (day <sup>-1</sup> )	0,014	Schecher

Berikut ini adalah hasil perhitungan yang telah dilakukan berdasarkan model yang diusulkan pada artikel ini.

### 3.3. Pemodelan zona *unsaturated*

#### 3.3.1. Pemodelan *transport* kontaminan pertama

Berdasarkan model matematis *transport* kontaminan pertama ini terjadi pada proses setelah keadaan *steady state* dan proses dispersi diabaikan, sehingga persamaannya seperti pada Persamaan 8. Pada Gambar 6 menunjukkan hasil perubahan konsentrasi terhadap perubahan kedalaman tanah. Pada model ini kedalamannya adalah 10 meter



**Gambar 4.** Perubahan konsentrasi BOD terhadap degan kedalaman 10 meter

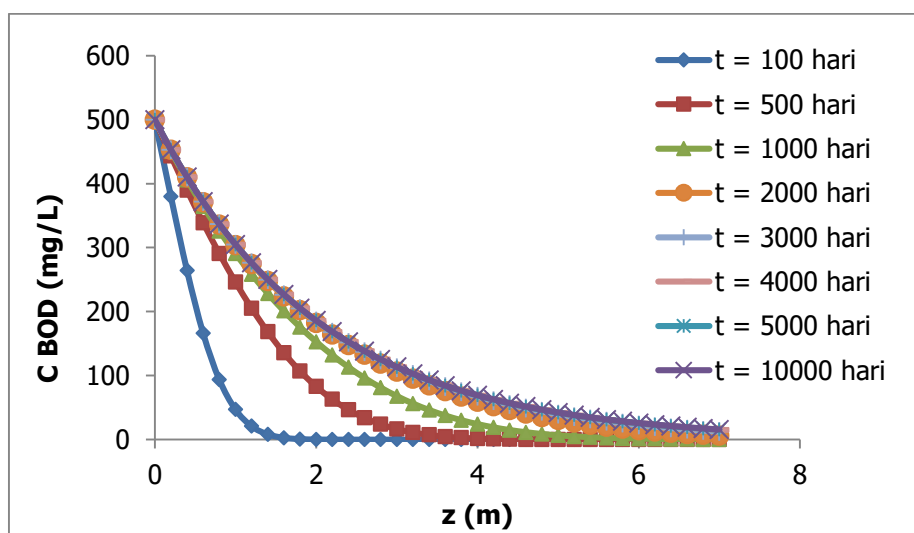


Hasil perhitungan menunjukkan perubahan konsentrasi BOD terhadap perubahan kedalaman dengan mengasumsikan pada kondisi *steady state*, asumsi ini diambil karena singkatnya waktu tinggal hidroulik. Hasil yang diperoleh dapat dilihat pada Gambar 4 menunjukkan bahwa konsentrasi BOD hampir mencapai nilai nol pada kedalaman diatas 2 meter, hal ini berarti konsentrasi BOD sudah hampir terdegradasi secara sempurna walaupun konsentrasi awal BOD cukup tinggi yaitu 500 mg/L (Mara, 2004), maka dengan sumur yang diasumsikan kedalamannya hanya 10 meter sudah tidak mengandung konsentrasi BOD dan sudah masuk ambang batas yang ditetapkan oleh melalui Peraturan Pemerintah Republik Indonesia No. 82 Tahun 2001.

Parameter terpenting dari model ini adalah laju alir *flow rate* dari *septic tank* yang akan mempengaruhi kecepatan aliran kontaminan dalam tanah, semakin besar laju alir dari septic tank maka semakin kecil degradasi BOD dalam tanah sehingga kontaminan akan semakin besar dengan kedalaman yang semakin besar. Laju alir yang keluar dari *septic tank* berhubungan produksi limbah yang dihasilkan, negara berkembang seperti indonesia produksi limbah domestik adalah 120 liter/orang/hari. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan oleh Sunarsih, dkk., 2012 dengan mengasumsikan timbunan air limbah 80 % maka perhitungannya adalah  $(80\% \times 120 \text{ liter/orang} = 96 \text{ liter/orang/hari})$  dengan konsentrasi air limbah =  $(40 \text{ gr BOD/orang hari})$  dibagi  $(96 \text{ liter/orang/hari}) = 0,41667 \text{ gr/liter}$  atau 416,67 mg/liter (ppm BOD). Konsentrasi BOD yang dihasilkan perorang cukup besar, dengan perhitungan yang mengasumsikan kondisi *steady state* pada kedalaman sumur 10 meter masih aman untuk digunakan, tetapi jika model *transport* kontaminan BOD ini memperhitungkan waktu pada suatu saat pada kedalaman 10 meter akan terkandung konsentrasi BOD. Pada model kedua ini memodelkan *transport* kontaminan pada kondisi *unsteady state*.

### 3.3.2. Pemodelan transport kontaminan kedua

Pemodelan transport kontaminan yang kedua ini adalah menghitung perubahan konsentrasi BOD terhadap perubahan kedalaman dengan memperhitungkan waktu sampai konsentrasi BOD pada kedalaman yang ditentukan mempunyai nilai yang konstan. Gambar 5 berikut ini adalah perubahan konsentrasi BOD terhadap perubahan kedalaman pada waktu tertentu.



**Gambar 5.** Perubahan konsentrasi BOD terhadap kedalaman pada waktu tertentu

Profil perubahan konsentrasi BOD terhadap kedalaman dengan waktu tertentu dapat dilihat pada Gambar 5 menunjukkan bahwa waktu merupakan parameter yang utama terhadap posisi kandungan BOD dalam tanah. Semakin lama waktu maka posisi kandungan BOD dalam tanah

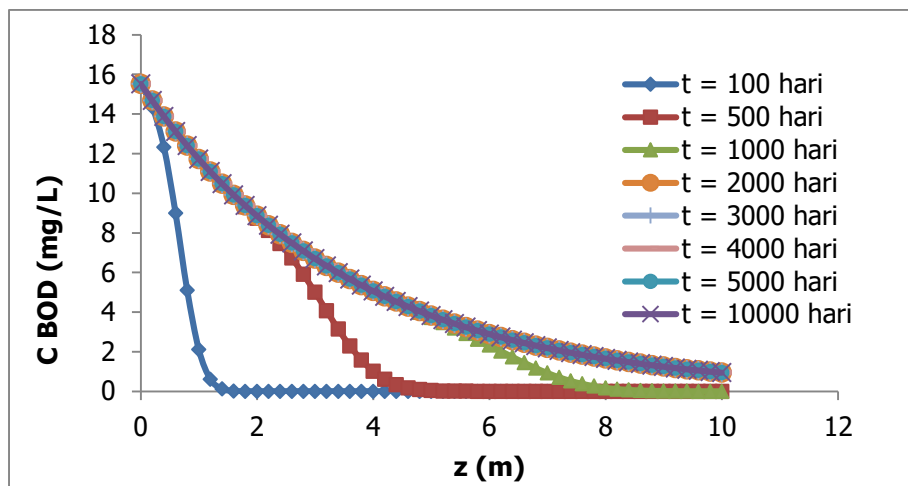
semakin dalam seperti yang terlihat pada Gambar 5, pada waktu 100 hari kandungan BOD pada kedalaman 2 meter sudah mendekati nol, sedangkan untuk waktu 5000 hari pada kedalaman 7 meter masih terdapat konsentrasi BOD sebesar 15,522 mg/L. Hal ini menunjukkan bahwa semakin lama kontaminan itu masuk kedalam tanah maka kontaminan itu dapat menembus kedalaman yang lebih besar lagi. Untuk perubahan waktu dari 1000 hari sampai dengan 5000 hari konsentrasi BOD masih terus berubah pada berbagai posisi sampai kedalam yang ditentukan pada model ini yaitu 7 meter dari kedalaman sumur resapan seperti yang terlihat pada Gambar 5, tetapi pada waktu 1000 hari perubahan konsentrasi BOD pada berbagai posisi kedalam mempunyai nilai yang sama dengan waktu 5000 hari. Hal ini menunjukkan bahwa pada waktu diatas 5000 hari sudah tidak lagi mengalami proses degradasi BOD dalam tanah atau nilai konsentrasi BOD tetap.

Faktor-faktor yang mempengaruhi proses *transport* kontaminan dalam tanah adalah laju degradasi kontaminan, semakin besar laju degradasi maka kontaminan atau polutan tidak sampai tanah yang lebih dalam. Faktor lain yang mempengaruhi adalah adanya proses perpindahan massa secara difusi, laju difusi pada tanah kering lebih kecil dibandingkan dengan tanah basah, hal ini menunjukkan bahwa pergerakan kontaminan dalam air akan lebih cepat pada waktu musim hujan dibandingkan dengan musim kemarau walaupun konsentrasi awal BOD lebih kecil karena terlarut dalam air. Proses yang terpenting yang mempengaruhi pergerakan atau *transport* kontaminan adalah proses dispersi dan porositas tanah, bila dalam tanah atau media berpori terjadi aliran fluida maka timbul gejala perpindahan massa karena gerakan acak akibat benturan dengan padatan sehingga terjadi perubahan laju aliran atau biasa disebut dengan dispersi. Ukuran pori dalam tanah adalah tidak seragam untuk kondisi pori yang kecil dengan laju aliran tertentu akan menyebabkan kondisi cairan diam atau stagnan. Dalam tanah juga dapat terjadi proses adsorpsi kandungan BOD melalui pori-pori tanah sehingga dapat menyebabkan penurunan konsentrasi BOD dalam tanah. Laju dispersi dan ukuran porositas tanah yang menyebabkan penurunan konsentrasi BOD dalam tanah selain biodegradasi kontaminan oleh bakteri dalam tanah.

Pada Gambar 5 menunjukkan bahwa dalam waktu 5000 hari konsentrasi BOD pada kedalaman 7 meter mempunyai nilai yang sama dengan waktu 10000 hari, hal ini menunjukkan bahwa konsentrasi BOD pada kedalaman 7 meter sudah konstan. Konsentrasi ini yang akan digunakan sebagai konsentrasi awal ( $C_0$ ) untuk menentukan *transport* kontaminan secara horizontal pada zona *saturated*. Konsentrasi akhir dari waktu 5000 hari (13,7 tahun) yaitu sebesar 15,522 mg/L, hal yang sama juga dilakukan pada penelitian yang dilakukan oleh Prakash, (2000) bahwa konsentrasi akhir dari zona *unsaturated* pada keadaan konstan digunakan untuk menentukan perubahan konsentrasi secara horizontal pada zona *saturated*.

#### **3.4. Pemodelan zona *saturated***

Profil *transport* kontaminan setelah memasuki zona *saturated* tetap akan dipengaruhi oleh proses adveksi, dispersi, adsorpsi dan degradasi. Untuk kondisi aliran air tanah lebih kompleks dibandingkan dengan pada zona *unsaturated* karena simulasi aliran tiga dimensi, tetapi pada artikel ini *transport* kontaminan dalam air tanah atau pada zona *saturated* terjadi hanya satu dimensi hal ini dimaksudkan untuk menyederhanakan perhitungan. Pada Gambar 6 berikut ini adalah gambaran tentang perubahan konsentrasi kontaminan pada berbagai jarak dengan waktu tertentu.



**Gambar 6.** Perubahan konsentrasi kontaminan (BOD) secara horizontal (zona saturated)

Pada Gambar 6 menunjukkan bahwa waktu juga sangat mempengaruhi perubahan konsentrasi BOD pada jarak tertentu, semakin lama waktu maka konsentrasi kontaminan masih terdapat pada jarak yang besar sampai waktu tertentu akan terjadi konsentrasi yang konstan, pada Gambar 6 menunjukkan bahwa konsentrasi BOD konstan pada jarak 10 meter terjadi pada waktu 3000 hari (8,2 tahun) yaitu memiliki nilai konsentrasi yang sama sampai waktu 10000 hari. Hal ini berarti pada waktu 3000 hari pada jarak 10 meter sudah jenuh dengan kontaminan.

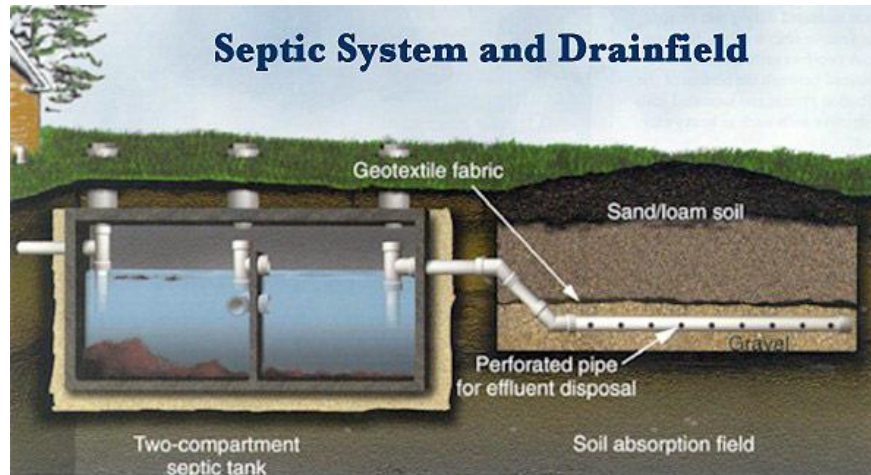
Zona saturated adalah zona yang jenuh dengan air, artinya bahwa parameter terpenting pada zona ini adalah kecepatan aliran air tanah, seperti pada zona *unsaturated* pengaruh penghambatan (*retardation* (R)) merupakan faktor yang penting untuk menentukan nilai kontaminan. Perbedaan proses sorpsi tidak menunjukkan pengaruh yang signifikan antara zona *unsaturated* dengan zona *saturated*, tetapi yang cukup signifikan perbedaannya adalah faktor penghambatan (*retardation*) dimana zona *saturated* lebih kecil dari zona *unsaturated* dan juga proses degradasi juga menunjukkan pengaruh yang signifikan (Lee, dkk., 1998).

Pada zona *saturated* dimana celah-celah tanah terisi oleh air dan pergerakan air yang lebih besar dibandingkan dengan zona *unsaturated*, sehingga konsentrasi kontaminan pada zona *saturated* akan lebih besar dibandingkan dengan zona *unsaturated* pada jarak yang sama bahkan dengan waktu yang lebih singkat. Hal ini bisa dibandingkan dari Gambar 5 dan 6 menunjukkan konsentrasi jenuh zona *saturated* dicapai pada waktu yang lebih singkat yaitu 3000 hari dengan jarak yang lebih besar yaitu 10 meter dibandingkan dengan zona *unsaturated* dengan jarak 7 meter.

### 3.5. Rekomendasi

Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan model transport kontaminan pada zona *unsaturated* dan zona *saturated* dapat memberikan rekomendasi sebagai berikut :

1. Jarak aman sumber air bersih dengan sumur resapan adalah pada kedalaman 10 meter dan jarak diatas 10 meter untuk waktu dibawah 3000 hari
2. Kapasitas septic tank disesuaikan dengan jumlah anggota keluarga, hal ini berkaitan dengan laju aliran yang keluar dari *septic tank* ke sumur resapan. Jika kapasitas *septic tank* tidak sesuai maka akan meningkatkan laju alir yang berakibat konsentrasi kontaminan dalam tanah akan semakin besar.
3. Untuk menurunkan laju alir kontaminan *effluent septic tank* dapat dilakukan perubahan sistem rembesan dalam tanah, seperti yang terlihat pada Gambar 7.



Sumber : *National Enviromental Service center*

**Gambar 7.** Sistem *Septic tank*

Sistem effluent *septic tank* melalui pipa yang berlubang yang dilengkapi juga dengan krikil dan tanah yang berfungsi sebagai filter biologis, hal ini akan meningkatkan distribusi dengan laju alir yang lebih kecil, sehingga dapat menurunkan konsentrasi kontaminan pada kedalaman tertentu.

4. Di tambahkan aditif secara reguler untuk menguraikan (biodegradasi) kontaminan-kontaminan sehingga akan menurunkan konsentrasi yang keluar dari *septic tank*
5. Dalam satu kawasan dibuat *septic tank* bersama yang dilengkapi dengan sistem pengolahan limbahnya dan jaraknya jauh dari pemukiman.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan melalui model *transport* yang dikembangkan dalam artikel ini dapat disimpulkan bahwa :

1. Posisi dan kedalaman sumur terhadap sumber kontaminan seperti sumur resapan sangat mempengaruhi kualitas sumber air.
2. Berdasarkan model yang dikembangkan bahwa sumur yang kedalamannya 10 meter dan jarak 10 meter dari septic tank masih aman dari kontaminan, dan membutuhkan waktu yang sangat lama kontaminan dapat mencapai kedalaman 10 meter dan jarak 10 meter dari sumber kontaminan seperti sumur resapan *septic tank*
3. Model pertama pada zona *unsaturated* tidak dapat digunakan untuk menunjukkan profil perubahan konsentrasi BOD pada waktu tertentu, sedangkan waktu sangat mempengaruhi konsentrasi kontaminan terhadap kedalaman atau jarak

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih ditujukan kepada kementerian Riset, Teknologi dan Perguruan Tinggi atas dana yang diberikan melalui Beasiswa Pendidikan Pascasarjana Dalam Negeri (BPPDN) tahun 2015.

## DAFTAR RUJUKAN

- Bear, J. (1972), Dynamics of fluids in porous media: New York, American Elsevier, p.764
- Brandes, M. (1978). Characteristics of Effluents from Gray and Black Water Septic Tanks. Journal (Water Pollution Control Federation. Vol 50 (11): 2547-2559
- Carslaw, H.S., and Jaeger, J.C. (1959). Conduction of heat in solids: London, Oxford University Press, 510 p.
- Chen, J.S., Lai, K. H., Liu C. W dan Ni, C. F., (2012). A novel method for analytically solving multi-species advective–dispersive transport equations sequentially coupled with first-order decay reactions. Journal of Hydrology. Vol 420-421 : 191-204
- Connell, L.D. (2007). Simple models for subsurface solute transport that combine unsaturated and saturated zone pathways. Journal of Hydrology. Vol. 332 (3-4): 361– 373
- Crites, R., dan G. Tchobanoglous. (1998). Small and Decentralized Wastewater Management Systems, WCB/McGraw-Hill, New York
- Dudley, B., May, L. (2007). Estimating the Phosphorus Load to Waterbodies From Septic Tank. A Report to the Scottish Environment Protection Agency and Scottish Natural Heritage. Centre for Ecology and Hydrology ((CEH Project Number: C03273, C01352). <http://nora.nerc.ac.uk/2531/2/DudleySepticTanksRep.pdf>. Last accessed January 2015).
- Huyakorn, P S., Mercer, J. W., dan Ward, D. S. (1985). Finite Element Matrix and Mass Balance Computational Schemes for Transport in Variably Saturated Porous Media. Water resources Research. Vol. 21 (3) :346-358
- Keputusan Menteri Kesehatan RI No : 907/Menkes/SK/VII/2002. Tentang Syarat-syarat Pengawasan Kualitas Air Minum.
- Kim, S. B. (2005). Contaminant transport and biodegradation in saturated porous media: model development and simulation. Hydrol. Process. Vol. 19: 4069–4079
- Lee, S., McAvoy, D.C., Szydluk, J., dan Schnoor, J.L. (1998). Modeling the Fate and Transport of Household Chemicals in Septic Systems. Groundwater. Vol 36 (1) : 123-132
- Mara D. (2004). Domestic Wastewater Treatment in Developing Countries. First Published by Earthscan in the UK and USA
- Malaguerra, F., Albrechtsen, H.J dan Binning, P.J. (2013). Assessment of the contamination of drinking water supply wells by pesticides from surface water resources using a finite element reactive transport model and global sensitivity analysis techniques. Journal of Hydrology. Vol. 476 : 321-331.
- National Environmental Service center : [www.nesc.wvu.edu/subpages/septic\\_defined.cfm](http://www.nesc.wvu.edu/subpages/septic_defined.cfm)
- O'Loughlin, E. M., and Bowmer, K. H. (1975). "Dilution and decay of aquatic herbicides in flowing channels." *J. Hydrol.*, Vol.26: 217 -235.
- Pang, L., Close, M., Goltz, M., Sinton, L., Davies, H., Hall, C dan Stanton, G. (2004). Estimation of septic tank setback distances based on transport of E. coli and F-RNA phages. Environment International. Vol 29 (7) : 907-921
- Peraturan Pemerintah RI No. 82 Tahun 2001. Pengelolaan Kualitas Air dan Pengendalian Penemuan Air
- Permenkes No: 416/Menkes/Per/IX/1990. Tentang Syarat-syarat Dan Pengawasan Kualitas Air.
- Pradhan, S., Hoover, M.T., Clark, G.H., Gumpertz, M. Cobb, C. dan Strock J. (2011). Impacts of Biological Additives, Part 2: Septic Tank Effluent Quality and Overall Additive Efficacy. Journal of Environmental Health. Vol. 74 (5) : 22-28
- Prakash, A. (2000). Analytical Modeling of Contaminant Transport through Vadose and Saturated Soil Zones. Journal of Hydraulic Engineering. Vol . 126 (10) : 773-777
- Puspawati, N., Wiryosojoyo, K dan Sunarsih. (2012). Pengaruh Jarak Septic Tank , Galian Sampai, dan Pembuangan Limbah Rumah Tangga Terhadap Nilai MPN Coliform Pada Air

- Sumur Gali Di Desa Dawu Kecamatan Paron Kabupaten Ngawi. *Jurnal Biomedika*. Vol. 5. No. 1
- Richards, S., Paterson, E., Withers, P.J. A dan Stutter, M. (2016). Septic tank discharges as multi-pollutant hotspots in catchments. *Science of the Total Environment*. Vol. 542 : 854-863
- Runkel, R. L. (1996). Solution of the advection-dispersion equation: continuous load of finite duration. *Journal of Environmental*. Vol. 122 (9) : 830-832
- Schecher, W., (1997). Septic tank treatment system (SepTTS) model for cleaning product chemical. User manual version 1.0. The soap and detergent association. Environmental Research software. Hallowell. Maine
- Singh, R.N. (2013). Advection diffusion equation models in near-surface geophysical and environmental sciences. *J. Ind. Geophys. Union* Vol.17 (2):117-127
- SNI 03-2916-1992. Spesifikasi Sumur Gali untuk Sumber Air Bersih
- Sunarsih., Purwanto dan Wahyu Setia Budi. (2012). Estimasi Tipologi Air Limbah Domestik Di Perkotaan Berdasarkan Variabel Sosial Ekonomi. *Prosiding Seminar Nasional Pengelolaan Sumberdaya Alam dan Lingkungan*. Semarang.
- Van Genuchten dan Alves, W.J. (1982). Analytical solutions of the one-dimensional convective-dispersive solute transport equation. Technical Bulletin No. 1661. Washington, D.C. US. Dept. Of Agriculture
- Van Genuchten, M. (1981). Analytical solution for chemical transport with simultaneous adsorption, zero-order production and first-order decay. *Journal of hydrology* Vol. 49 : 213-233
- Withers, P.J.A., Jordan, P., May, L., Jarvie, H.P., Deal, N.E. (2014). Do septic tank systems pose a hidden threat to water quality? *Front. Ecol. Environ.* Vol. 12 (2) : 123-130
- Wexler, E.J. (1992). Analytical Solution For One-, Two-, and Three- Dimensional solute Transport in Ground-Water System With Uniform Flow. Chapter 7 Book 3 Application of Hydraulics. *Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey*. United State Government Printing Office

### Appendix

Penyelesaian persamaan 10 dapat dilakukan secara analitis menggunakan Transformasi Laplace, berikut ini adalah penyelesaian secara analitis :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial z} + D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \lambda C$$

IC dan BC

$$C(z,0) = 0 \quad \text{untuk } z \geq 0$$

$$C(0,t) = C_0 \quad \text{untuk } t \geq 0$$

$$C(\infty, t) = 0 \quad \text{untuk } t \geq 0$$

Persamaan 1 dapat diselesaikan dengan Transformasi Laplace yang mengacu pada Bear, 1972. P 360; O'Loughlin dan Bowmer, 1975 dan lampiran Transformasi Laplace mengacu pada Craslaw dan Jagor.

Penyelesaian konvektif-dispersi dan degradasi pada order pertama yang diselesaikan dengan Transformasi Laplace.

IC dan BC menjadi :

$$C(z,0) = 0 \quad \text{untuk } z \geq 0$$

$$C(0,t) = C_0 \quad \text{untuk } t > 0$$

$$\frac{d^2 \bar{C}}{dz^2} - \frac{V}{D} \frac{d\bar{C}}{dz} - \frac{(p+K)}{D} \bar{C} = 0$$

BC menjadi :

$$\bar{C} = \frac{C_0}{p} \quad \text{pada } z = 0$$

Dimana  $\bar{C} = L\{C\}$  dan  $p$  adalah variable transform

$$\bar{C} = A \exp\left(\frac{z}{2}\right) \left[ \frac{V}{D} + \left\{ \left(\frac{V}{D}\right)^2 + 4(p+K)/D \right\}^{1/2} \right] + B \exp\left(\frac{z}{2}\right) \left[ \frac{V}{D} - \left\{ \left(\frac{V}{D}\right)^2 + 4(p+K)/D \right\}^{1/2} \right]$$

Koefisien A seharusnya Nol karena eksponensial dalam bentuk satu adalah positif ketika  $z$  adalah positif dan  $\bar{C}$  harus tetap dibatasi ketika  $z = \infty$ , ketika BC  $B = \frac{C_0}{p}$ , maka penyelesaiannya menjadi :

$$\bar{C}(p) = \left(\frac{C_0}{p}\right) \exp\left(\frac{z}{2}\right) \left[ \frac{V}{D} - \left\{ \left(\frac{V}{D}\right)^2 + 4(p+K)/D \right\}^{1/2} \right]$$

$$L^{-1}\{\bar{C}(p)\} = a e^{-mt} L^{-1}\{f(\delta)\}$$

Dimana

$$a = C_0 \exp\left(\frac{Vz}{2D}\right)$$

$$m = K + \frac{U^2}{4D}$$

$$\delta = K + \frac{U^2}{4D} + p$$

$$f(\delta) = \left(\exp\left(-\delta^{1/2}\right)\right) (\delta - m)$$

$$l = \frac{z}{D^{1/2}}$$

Dengan membuat penggunaan 2 standar transformasi

$$L^{-1}\{f_1(\delta)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{(\delta - m)}\right\} = \exp(mt)$$

Dan

$$L^{-1}\{f_2(\delta)\} = L^{-1}\left\{\exp\left(\frac{-l}{\sqrt{\delta}}\right)\right\} = \frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} \exp\left(\frac{-l^2}{4t}\right)$$

Dapat ditulis

$$L^{-1}\{f(\delta)\} = L^{-1}\{f_1(\delta) \cdot f_2(\delta)\} = \{\exp(mt)\} \diamond \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} \exp\left(\frac{-l^2}{4t}\right) \right\}$$

$$L^{-1}\{f(\delta)\} = F_1 \diamond F_2$$

$$F_1 \diamond F_2 = \int_0^t F_1(t-\tau) F_2(\tau) d\tau$$

Substitusi persamaan 19 dan 20 ke persamaan 18

$$C(t) = \frac{al}{2\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\exp\left(-\left(m\tau + \frac{l^2}{4\tau}\right)\right)}{\tau^{3/2}} d\tau$$

Integral dapat dievaluasi dengan mensubstitusi selanjutnya

$$\lambda = \frac{1}{2\tau^{1/2}}$$

Sehingga persamaan 21 menjadi :

$$C(t) = \frac{al}{2\pi^{1/2}} \int_{\frac{1}{2\sqrt{t}}}^{\infty} \exp\left(-\left(\lambda^2 + \frac{ml^2}{4\lambda}\right)\right) d\lambda$$

Integral dalam bentuk standar, maka penyelesaian dapat ditulis menjadi :

$$C(t) = \frac{a}{2} \left[ \left\{ \exp\left(\frac{lm^2}{2}\right) \right\} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left\{\left(\frac{mt^{\frac{1}{2}}}{2}\right)\right\} + \frac{l}{2t^{\frac{1}{2}}}\right] + \exp\left\{\left(-\frac{lm^2}{2}\right)\right\} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left\{\left(\frac{mt^{\frac{1}{2}}}{2}\right)\right\} - \frac{l}{2t^{\frac{1}{2}}}\right] \right]$$

Sehingga persamaan akhir dapat ditulis menjadi :

$$C(z, t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left[\frac{z}{2D}(V-U)\right] \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{z-Ut}{2\sqrt{Dt}}\right] + \exp\left[\frac{z}{2D}(V+U)\right] \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{z+Ut}{2\sqrt{Dt}}\right] \right\}$$

dimana

$$U = \sqrt{V^2 + 4\lambda D}$$