

KONTRUKSI KONSEP BARISAN ARITMATIKA DAN GEOMETRI BAGI SISWA SMA BERDASARKAN TEORI APOS

Nursati Israhayu*, Syamsuri, Aan Subhan Pamungkas

Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

*nursati.israhayu6@gmail.com

ABSTRAK

Konsep-konsep dalam matematika saling berkaitan antara satu dengan yang lainnya, maka siswa perlu memahami konsep dasar matematika secara mendalam. Pemahaman konsep matematika lebih bermakna jika dikonstruksi oleh siswa sendiri. Konstruksi konsep matematika merupakan suatu kegiatan aktif yang dilakukan untuk memperoleh atau membangun suatu konsep dalam matematika. Penelitian ini menggunakan teori APOS sebagai kerangka berpikir karena teori ini dapat menguraikan bagaimana kegiatan mental seorang anak yang berbentuk aksi, proses, objek dan skema ketika mengkonstruksi konsep matematika. Tujuan penelitian ini adalah untuk menggambarkan konstruksi konsep barisan aritmatika dan geometri bagi siswa SMA berdasarkan teori APOS. Subjek dalam penelitian ini adalah 6 siswa di SMA Citra Islami. Metode penelitian yang digunakan adalah metode studi kasus dengan pendekatan APOS *Research Cycle*. Teknik analisis data dilakukan secara kualitatif melalui 3 tahap yaitu: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa melalui empat tahapan mekanisme mental yaitu: *interiorization* (tahap *action* menuju tahap *process*), *encapsulation* (tahap *process* menuju tahap *object*), *coordination* (tahap *process* menuju tahap *process*) dan *de-encapsulation* (tahap *object* menuju tahap *process*).

Kata kunci: konstruksi konsep matematika, teori apos, mekanisme mental

ABSTRACT

Concepts in mathematics are interrelated with each other, so students need to understand the basic concepts of mathematics in depth. Understanding mathematical concepts is more meaningful if it is constructed by the students themselves. The construction of mathematical concepts is an active activity carried out to obtain or build a concept in mathematics. This study uses the APOS theory as a framework because this theory can describe how a child's mental activities are in the form of actions, processes, objects and schemas when constructing mathematical concepts. The purpose of this study was to describe the construction of arithmetic and geometric sequence concepts for high school students based on APOS theory. The subjects in this study were 6 students at SMA Citra Islami. The research method used is a case study method with the APOS Research Cycle approach. The data analysis technique was carried out qualitatively through 3 stages, namely: data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The results showed that students went through four stages of mental mechanisms, namely: *interiorization* (action stage to process stage), *encapsulation* (process stage to object stage), *coordination* (process stage to process stage) and *de-encapsulation* (object stage to process stage).

Keywords: construction of mathematical concepts, apos theory, mental mechanisms

PENDAHULUAN

Matematika merupakan pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan (Soedjadi, 2007). Salah satu tujuan pembelajaran matematika menurut Permendiknas No. 22 Tahun 2016 adalah memahami konsep matematika, mendeskripsikan bagaimana keterkaitan antar konsep matematika dan menerapkan konsep atau logaritma secara efisien, luwes, akurat, dan tepat dalam memecahkan masalah (Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, 2016). Konsep merupakan sesuatu yang tergambar dalam pikiran, suatu pemikiran, gagasan, atau suatu pengertian (Kartika, 2018). Konsep-konsep dalam matematika saling berkaitan antara satu dengan yang lainnya, maka siswa perlu memahami konsep dasar matematika secara mendalam.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) menyatakan bahwa pemahaman konsep merupakan aspek yang sangat penting dalam prinsip pembelajaran matematika dan pemahaman konsep matematika lebih bermakna jika dibangun oleh siswa sendiri. Konsep matematika perlu dikonstruksi oleh siswa. Konstruksi konsep matematika merupakan suatu kegiatan aktif yang dilakukan untuk memperoleh atau membangun suatu konsep dalam matematika (Ni'mah et al., 2018). Salah satu konsep matematika yang dipelajari di jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA) adalah barisan.

Berdasarkan hasil wawancara dengan salah satu guru matematika di SMA Citra Islami, materi mengenai barisan dan deret merupakan materi yang penting untuk dipahami siswa karena pada Ujian Nasional (UN) maupun tes untuk masuk perguruan tinggi sering ditemukan soal mengenai

barisan dan deret. Siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal barisan dan deret yang disebabkan oleh kurangnya penguasaan materi prasyarat dan kecenderungan menghafal rumus sehingga terjadi kekeliruan dalam menyelesaikan soal barisan dan deret (Pirmanto et al., 2020). Sejalan dengan itu menurut (Hardiyanti, 2016) kesulitan yang dialami siswa dalam menyelesaikan soal barisan dan deret yaitu kesulitan dalam menentukan rumus suku ke- n dari suatu barisan aritmatika dan geometri, kesulitan dalam memahami konsep suku pertama dari suatu barisan, kesulitan dalam memahami maksud dari soal yang diberikan sehingga siswa tidak tahu ingin menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan serta kesulitan menentukan langkah penyelesaian dari soal cerita barisan dan deret. Berdasarkan hal tersebut, dapat disimpulkan bahwa kurangnya pemahaman siswa dalam memahami konsep barisan dan deret. Rendahnya kemampuan menyelesaikan soal tersebut tidak terlepas dari penguasaan materi barisan dan deret seseorang yang secara langsung terhubung dengan konstruksi pengetahuan barisan dan deret yang dibentuk oleh siswa.

Untuk menggambarkan lebih detail konstruksi konsep barisan aritmatika dan geometri dibutuhkan kerangka teori berpikir. Ed Dubinsky mengemukakan sebuah teori yang mempelajari bagaimana seseorang belajar dalam mengkonstruksi konsep matematika. Teori ini dikenal dengan teori APOS (*Action, Procces, Object, and Schema*). Berdasarkan penelitian studi kasus yang dilakukan oleh (García-Martínez & Parraguez, 2017) dengan menggunakan teori APOS sebagai kerangka kerja menunjukkan bahwa penggunaan prinsip induksi matematika dan analisisnya berdasarkan

teori APOS dapat menentukan kontruksi yang mendasari kesulitan siswa serta strategi yang digunakan siswa dalam menyelesaikan soal. Sejalan dengan itu penelitian yang dilakukan (Parraguez & Oktaç, 2010) dengan mengusulkan dekomposisi genetik yang memprediksi bagaimana siswa dapat mengkontruksi konsep ruang vektor sebagai skema menunjukkan hasil bahwa ketika siswa kekurangan kontruksi prasyarat akan sangat sulit bagi mereka untuk mengembangkan skema konsep ruang vektor yang cukup kuat. Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik melakukan penelitian dengan judul “Kontruksi Konsep Barisan Aritmatika dan Geometri bagi Siswa SMA berdasarkan Teori APOS”.

Penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan kontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri bagi siswa SMA berdasarkan teori APOS. Manfaat dari penelitian ini diharapkan dapat: (1) menambah informasi tentang bagaimana proses siswa dalam mengkontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri berdasarkan teori APOS, (2) memberikan masukan atau rekomendasi dalam pengembangan ilmu pengetahuan khususnya yang berkaitan langsung dengan kontruksi yang mendasari siswa dalam membentuk konsep barisan, (3) memberikan pengalaman dan menumbuh kembangkan kemampuan siswa dalam mengkontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif kualitatif dengan pendekatan APOS *Research Cycle*. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur dan mekanisme mental dalam mengkontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri berdasarkan

teori APOS. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi kasus. Metode studi kasus dianggap tepat karena dapat digunakan untuk melakukan studi mendalam tentang situasi dalam kerangka waktu terbatas (Sugiyono, 2016). Studi kasus didasarkan pada kebutuhan untuk secara tepat mendeskripsikan kontruksi yang digunakan siswa saat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan aritmatika dan geometri. Data yang diperoleh dari studi kasus digunakan untuk menjelaskan kontruksi mental dan mekanisme yang disajikan dalam *genetic decomposition*.

Subjek dalam penelitian ini adalah 3 siswa kelas XI dan 3 siswa kelas XII di SMA Citra Islami yang dipilih berdasarkan rekomendasi dari guru dan sesuai untuk dijadikan subjek dalam penelitian. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah teknik tes yang bertujuan untuk mendapatkan data mengenai bagaimana struktur dan mekanisme mental siswa dalam mengkontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri berdasarkan teori APOS dan pedoman wawancara yang digunakan untuk menggali informasi lebih dalam mengenai kontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri bagi siswa SMA berdasarkan teori APOS.

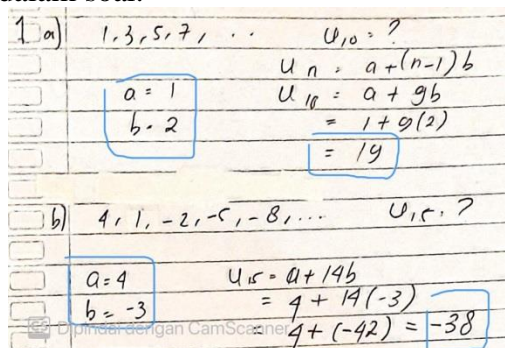
Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes tertulis mengenai materi barisan aritmatika dan geometri sebanyak 10 soal dan instrumen non tes berupa wawancara semi terstruktur. Tes tertulis diberikan melalui *google form* dan wawancara dilakukan melalui *google meet*. Sebelumnya instrumen tes telah melalui uji validitas menggunakan cara *expert judgement* yang dilakukan oleh Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II dengan pelaksanaan waktu yang berbeda.

Teknik analisis data yang digunakan adalah analisis data deskriptif kualitatif yang meliputi: mereduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan (Sugiyono, 2016). Teknik pemeriksaan keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan triangulasi metode, yaitu dengan jalan membandingkan informasi atau data dengan cara yang berbeda. Data yang akan dibandingkan dalam penelitian ini adalah data hasil pengamatan (tes tertulis) dengan data hasil wawancara.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data diperoleh dari hasil tes dan wawancara pada 6 siswa yang telah mempelajari materi barisan dan deret sesuai dengan rekomendasi dari guru. Berikut paparan data dari salah satu subjek penelitian.

Pada soal nomor 1, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*. Subjek S1 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari beda antar setiap sukunya, menentukan suku pertama dan mencari suku ke-10 sesuai yang ditanyakan pada soal. Subjek S1 menuliskan secara jelas apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal.



Gambar 1. Hasil Tes S1 pada soal nomor 1

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S1 : “Untuk yang 1a, dari soal kan sudah diketahui barisannya, dapat dilihat suku pertamanya adalah 1. Karena beda antar sukunya atau selisihnya itu 2 berarti barisan ini barisan aritmatika, abis itu tinggal masukin aja ke rumus $U_n = a + (n-1)b$ buat nyari suku ke-10.. Didapat hasilnya adalah 19. Kalau yang 1b ini kan suku pertamanya adalah 4, dan beda antar setiap sukunya itu -3 berarti termasuk barisan aritmatika. Tinggal masukin aja ke rumus barisan aritmatika buat nyari suku ke 15 dan dapat hasilnya adalah -38.”

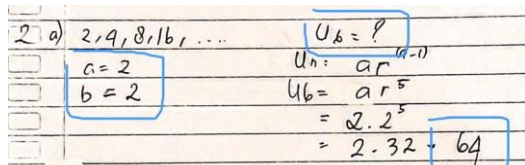
P : “Apakah soal ini mudah untuk dipahami?”

S1 : “Mudah bu”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui dan ditanyakan pada soal serta menuliskannya secara nyata pada jawaban. Subjek S5 mampu menjelaskan apa pertanyaan dari soal tersebut yaitu “Berapa suku ke-15?” dan mengatakan bahwa soal tersebut mudah dipahami. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 dapat menentukan suku yang ditanyakan pada soal dan mampu menjelaskan proses dalam mencari beda antar suku dan menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n barisan aritmatika dengan tepat. Oleh karena itu, Subjek S5 telah melakukan mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*.

Pada soal nomor 2, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*. Subjek S5 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari rasio antar setiap sukunya, menentukan suku

pertama dan mencari suku ke-6 sesuai yang ditanyakan pada soal. Subjek S5 menuliskan secara jelas apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal.



Gambar 2. Hasil Tes S1 pada soal nomor 2

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S1 : “Untuk yang 2a, dari soal sudah diketahui bahwa suku pertamanya adalah 2, dan bisa dilihat barisannya membentuk kelipatan 2 berarti barisan ini termasuk barisan geometri. Kemudian saya tinggal masukin aja ke dalam rumus barisan geometri bu yaitu $U_n = ar^{n-1}$. Jadi hasil dari nilai suku ke-6 nya adalah 64. Kalau yang 1b, dari soal juga sudah diketahui suku pertamanya adalah 9 dan kalau dilihat dari barisannya membentuk kelipatan 3 berarti termasuk barisan geometri, jadi saya langsung masukin ke rumus barisan geometri sama kaya nomor 2a. Didapat nilai dari suku ke-8 nya adalah 19.683.”

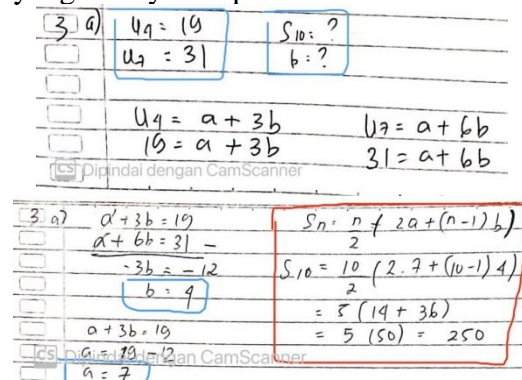
P : “Apakah soal ini mudah untuk dipahami?”

S1 : “Mudah bu”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui dan ditanyakan pada soal serta menuliskannya secara nyata pada jawaban. Subjek S5 mampu menjelaskan pertanyaan dari soal yaitu “Berapa suku ke-8?” dan mengatakan bahwa soal tersebut mudah dipahami.

Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 dapat menentukan suku yang ditanyakan pada soal dan mampu menjelaskan proses dalam mencari rasio antar suku dan menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n barisan geometri dengan tepat. Oleh karena itu, Subjek S5 telah melakukan mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*.

Pada soal nomor 3, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*. Subjek S5 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari beda antar setiap sukunya dengan menggunakan eliminasi kemudian menentukan suku pertama dengan menggunakan substitusi, setelah itu mencari suku ke-10 sesuai yang ditanyakan pada soal. Subjek S5 menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal namun keliru dalam memahami apa yang ditanyakan pada soal.



Gambar 3. Hasil Tes S1 pada soal nomor 3

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S5 : “Ini saya bikin persamaannya dulu bu, kan yang diketahui nilai dari suku ke-4, berarti persamaannya $a + 3b = 19$. Nah kalau yang suku ke-7 itu $a + 6b = 31$. Abis itu saya eliminasi buat

mencari nilai, didapat nilai b nya adalah 4. Kemudian saya lanjut pakai cara substitusi buat mencari nilai a . Didapat a nya adalah 7. Setelah ini saya masukin ke rumus S_n bu”

P : “Untuk tahap mencari beda dan suku petama itu sudah benar ya. Nah disini mengapa kamu mencari nilai dari S_{10} ”

S5 : “Hmm iya bu saya karena ini kan yang ditanyainnya jumlah”

P : “Nah, di soal ini itu yang ditanyakan sebenarnya itu tentukan 10 suku pertama dari barisan tersebut, bukan tentukan jumlah dari suku ke-10. Berarti kamu seharusnya menyebutkan suku pertama, kedua sampai suku ke-10nya itu berapa”

S5 : “Oalah begitu”

P : “Iya, berarti berapa nilai suku keduanya”

S5 : “Hmm berarti $a + b = 7 + 4 = 11$ bu”

P : “Kalau suku ketiganya”

S5 : “15”

P : “Nah begitu ya sampai suku ke-10. Apakah soal ini mudah untuk kamu kerjakan”

S5 : “Mudah bu tapi saya sedikit bingung dibagian ini karena saya kira tadi pakai rumus S_n ”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui pada soal dan menuliskannya secara nyata pada jawaban. Subjek S5 hanya keliru dan belum mampu mengidentifikasi pertanyaan pada soal yaitu “Tentukan 10 suku pertama dari barisan tersebut?” dan mengatakan bahwa soal tersebut sedikit membingungkan. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 mampu menjelaskan proses dalam mencari beda antar suku dengan cara eliminasi, kemudian mencari suku pertamanya

dengan cara substitusi. Subjek S5 keliru dalam memahami pertanyaan “Tentukan 10 suku pertama dari barisan tersebut?”. Namun, setelah wawancara Subjek S5 sudah bisa memahami dan membedakan pertanyaan untuk mencari U_n , dan urutan suku seperti soal ini. Oleh karena itu, Subjek S5 telah mendekati mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*.

Untuk soal nomor 4, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*. Subjek S5 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan membuat persamaan dari suku yang diketahui dalam soal, kemudian mencari rasio antar setiap sukunya dengan menggunakan perbandingan, setelah itu mencari jumlah suku ke-5. Subjek S5 menuliskan secara jelas apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, namun salah dalam memahami maksud dari pertanyaan tersebut. .

Handwritten work showing the student's solution for finding the sum of the first 10 terms of an arithmetic sequence. The student identifies $U_1 = 8$, $U_4 = 1$, and $r = ?$ and $S_5 = ?$. They use the formula $U_4 = ar^3$ to find $r = \frac{1}{2}$. Then they use the sum formula $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ to calculate $S_5 = \frac{8(1-\frac{1}{32})}{1-\frac{1}{2}} = \frac{8(\frac{31}{32}) \cdot 2}{\frac{1}{2}} = \frac{31}{2}$.

Gambar 4. Hasil Tes S1 pada soal nomor 4

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S5 : “Karena dari soal ini juga sudah diketahui suku pertamanya 8, berarti a nya adalah 8. Kemudian suku ke-4 nya itu 1. Dari sini saya buat ke persamaan dulu bu,

persamaannya adalah $ar^3 = 1$. Karena a nya sudah diketahui jadi tinggal dimasukkan aja ke persamaan, didapat rasionya adalah $\frac{1}{2}$ setelah itu saya pakai rumus S_n . Tapi sepertinya saya salah lagi ya bu, harusnya dicari satu persatu sukunya sampai suku ke-5 ya?"

P : "Iya benar, berarti kalau begitu berapa suku ke-2 nya?"

S5 : "Berarti suku ke-2 nya itu 4."

P : "Suku ke-3, suku ke-4 dan ke-5 nya berapa?"

S5 : "Suku ke-3 nya 2, suku ke-4 nya 1, dan suku ke-5 nya $\frac{1}{2}$ "

P : "Iya benar sekali. Untuk soal ini apakah soalnya mudah untuk dikerjakan?"

S5 : "Mudah bu, saya hanya bingung di pertanyaan akhirnya aja"

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui pada soal dan menuliskannya secara nyata pada jawaban namun jawaban yang dikerjakan oleh Subjek S5 ini masih keliru pada tahap mencari rasio dan juga pada tahap mencari 5 suku pertama. Subjek S5 masih salah dalam menentukan rasio dan keliru dalam memahami pertanyaan pada soal yaitu "Tentukan 5 suku pertama dari barisan tersebut?" serta mengatakan bahwa soal tersebut sulit untuk dikerjakan. Pada saat wawancara, Subjek S5 menyadari kesalahannya dalam menentukan rasio dan bisa menjelaskan ulang jawaban yang dimaksud dalam soal. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 mampu menjelaskan ulang proses dalam mencari rasio antar suku dengan benar dan mampu menjelaskan urutan hasil dari 5 suku pertama. Oleh karena itu, Subjek S5 mendekati mengukur mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*.

Untuk soal nomor 5, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process*. Subjek S5 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan membuat persamaan dari suku yang diketahui dalam soal, kemudian mencari beda antar setiap sukunya dengan menggunakan cara eliminasi, dilanjutkan mencari suku pertama dengan cara substitusi, dan setelah itu mencari suku ke-99 sesuai yang ditanyakan pada soal.

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. At the top, two equations are written: $U_1 = 41$ and $U_{11} = 23$. Below these, the general terms are expressed as $U_1 = a + 4b = 41$ and $U_{11} = a + 10b = 23$. The equations are then subtracted to find $b = -3$. This value is substituted back into the first equation to find $a = 53$. Finally, the 99th term is calculated: $U_{99} = a + 98b = 53 + 98(-3) = 53 - 294 = -241$. The final result -241 is circled in red.

Gambar 5. Hasil Tes S1 pada soal nomor 5

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : "Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?"

S5 : "Ini saya pakai cara yang sama kaya tadi bu, dari suku ke-5 dan ke-11 nya dibuat persamaan. Berarti persamaan pertamanya itu $a + 4b = 41$ dan persamaan keduanya itu $a + 10b = 23$. Kemudian di eliminasi kedua persamaan, dapat $b = -3$. Selanjutnya disubstitusi dapat nilai $a = 53$. Barudeh saya masukkan ke rumus U_n buat nyari nilai dari suku ke-99, didapat hasilnya adalah -241 "

P : "Iya nak, benar. Apa kamu merasa mudah mengerjakan soal seperti ini?"

S5 : "Mudah bu"

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek

S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui pada soal dan menuliskannya secara nyata pada jawaban dan Subjek S5 mampu menjelaskan proses dalam mencari beda dan suku pertama dengan cara eliminasi substitusi. Subjek S5 mampu mengidentifikasi pertanyaan pada soal yaitu “*Tentukan suku ke-99 dari barisan tersebut?*” dan mengatakan bahwa soal tersebut mudah untuk dikerjakan. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 mampu menjelaskan proses dalam mencari beda antar suku dengan benar dan menemukan pola bilangan barisan aritmatika pada suku ke-n yang lebih besar. Oleh karena itu, Subjek S5 telah melakukan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process*.

Untuk soal nomor 6, soal bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process*. Subjek S5 memulai menyelesaikan masalah tersebut dengan membuat persamaan dari suku yang diketahui dalam soal, kemudian mencari rasio antar setiap sukunya dengan cara perbandingan, setelah itu menentukan suku pertama dengan cara substitusi dan mencari suku ke-11 sesuai yang ditanyakan pada soal. Subjek S5 menuliskan secara jelas apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal, Subjek S5 mampu mengerjakan soal ini dengan benar.

Handwritten work for problem 6:

$$\begin{aligned}
 &u_4 = 24 \quad u_9 = ? \\
 &u_4 = 768 \quad u_9 = ? \\
 &u_4 = ar^3 \quad u_9 = ar^8 \\
 &24 = ar^3 \quad 768 = ar^8 \\
 &a = \frac{24}{r^3} \quad 768 = \frac{24}{r^3} \cdot r^8 \\
 &768 = 24 r^5 \\
 &r^5 = \frac{768}{24} = 32 \\
 &r = 2 \\
 &a = \frac{24}{2^3} = \frac{24}{8} = 3 \\
 &u_{11} = ar^{10} \\
 &= 3 \cdot 2^{10} \\
 &= 3 \cdot 1024 = 3072
 \end{aligned}$$

Gambar 6. Hasil Tes S1 pada soal nomor 6

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “*Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?*”

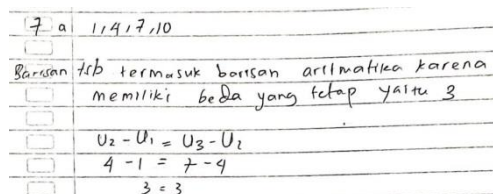
S5 : “*Ini kan yang diketahui suku ke-4 nya 24, sedangkan suku ke-9 nya 768. Berarti diperoleh persamaan $ar^3 = 24$ dan $ar^8 = 768$. Nah ini saya buat jadi $a = 24/r^3$. Setelah itu saya substitusi nilai a nya ke persamaan $ar^8 = 768$ maka dapat rasionya adalah 2. Setelah itu saya pakai cara substitusi lagi untuk mencari nilai a, didapat $a = 3$. Kemudian baru saya pakai rumus Un barisan geometri buat nyari suku ke-11. Didapat suku ke-11 nya adalah 3.072*”

P : “*Baik, jawaban kamu sudah benar ya. Apakah soal ini mudah untuk dikerjakan?*”

S5 : “*Mudah bu*”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu mengidentifikasi hal-hal yang diketahui dan ditanyakan pada soal serta menuliskannya secara nyata. Subjek S5 mampu menjelaskan proses dalam menentukan rasio antar suku, mencari suku pertama dan menentukan suku ke-11. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 mampu menjelaskan proses dalam mencari suku pertama, dan rasio antar suku dengan benar, serta mampu menemukan pola bilangan barisan geometri pada suku ke-n. Oleh karena itu, Subjek S5 telah melakukan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process*.

Untuk soal nomor 7, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S5 menuliskan secara nyata jawaban yang ditanyakan pada soal.



Gambar 7. Hasil Tes S1 pada soal nomor 7

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S5 : “Yang a barisan tersebut merupakan barisan aritmatika karena memiliki beda yang tetap yaitu 3. Kalau yang b, barisan tersebut bukan termasuk barisan aritmatika ataupun barisan geometri karena tidak memiliki beda maupun rasio yang tetap.”

P : “Apakah soal ini mudah untuk dipahami?”

S1 : “Mudah bu”

Untuk soal nomor 8, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S5 menyebutkan sifat-sifat dari barisan aritmatika.

1. Memiliki pola bilangan
2. Selisih dua suku yang berurutan nilainya tetap
3. Selisih dua suku yang berurutan dapat diperoleh dengan cara misalkan $U_2 - U_1$ atau $U_3 - U_2$

Gambar 8. Hasil Tes S1 pada soal nomor 8

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Sebutkan sifat-sifat dari barisan geometri berdasarkan soal-soal yang telah kamu kerjakan?”

S5 : “Barisan aritmatika memiliki pola bilangan, selisih dua suku berurutan nilainya tetap, mencari beda nya dengan menghitung selisih dari dua suku yang berurutan.”

P : “Sebutkan rumus yang digunakan untuk mencari suku ke-n pada barisan aritmatika?”

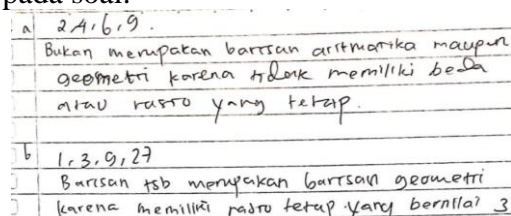
S5 : “ $U_n = a + (n - 1) b$ ”

P : “Apa kamu sudah bisa membedakan suatu barisan termasuk barisan aritmatika atau barisan geometri?”

S5 : “Bisa bu”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 dapat menyebutkan sifat-sifat dari barisan aritmatika. Subjek S5 mampu membedakan barisan yang termasuk barisan aritmatika ataupun yang bukan barisan aritmatika. Oleh karena itu, Subjek S5 melakukan mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*.

Untuk soal nomor 9, ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S5 menuliskan secara nyata jawaban yang ditanyakan pada soal.



Gambar 9. Hasil Tes S1 pada soal nomor 9

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Jelaskan bagaimana kamu mengerjakan soal ini?”

S5 : “Yang a, barisan tersebut bukan termasuk barisan aritmatika maupun barisan geometri karena tidak memiliki beda atau rasio yang tetap. Kalau yang b, barisan tersebut merupakan barisan geometri karena memiliki rasio yang tetap yaitu bernilai 3”

P : “Apakah soal ini mudah untuk dipahami?”

S1 : “Mudah bu”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa

Subjek S5 mampu menjelaskan jawaban yang ditanyakan pada soal. Dapat disimpulkan bahwa Subjek S5 mampu menentukan contoh mana yang termasuk barisan geometri atau bukan barisan geometri. Subjek S5 mampu menjelaskan alasannya dengan tepat. Oleh karena itu, Subjek S5 melakukan mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*.

Untuk soal nomor 10, soal ini bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S5 menyebutkan sifat-sifat dari barisan geometri.

10	Sifat-sifat barisan geometri
<input type="checkbox"/>	1. Membentuk pola bilangan tertentu.
<input type="checkbox"/>	2. Memiliki rasio yang bernilai tetap.
<input type="checkbox"/>	3. Rasio diperoleh dengan cara membagi atau membandingkan dua suku, urutkan
<input type="checkbox"/>	U_2 atau U_3 dst.
Dipindai dengan CamScanner	

Gambar 10. Hasil Tes S1 pada soal nomor 10

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S1 (S1) sebagai berikut.

P : “Sebutkan sifat-sifat dari barisan geometri berdasarkan soal-soal yang telah kamu kerjakan?”

S5 : “Barisan geometri membentuk pola bilangan tertentu, memiliki rasio yang tetap dan rasionya diperoleh dengan cara membagi dua suku”

P : “Sebutkan rumus yang digunakan untuk mencari suku ke-n pada barisan geometri?”

S5 : “ $U_n = ar^{n-1}$ ”

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara menunjukkan bahwa Subjek S5 mampu menyebutkan sifat-sifat barisan geometri dan Subjek S5 mampu membedakan barisan aritmatika dengan barisan geometri. Subjek S5 melakukan mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*.

Berikut kontruksi konsep barisan aritmatika dan geometri bagi Subjek S5 berdasarkan Teori APOS.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 1 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 1a dan 1b dengan benar. Subjek S5 telah mampu mencari beda antar suku barisan aritmatika, menentukan suku pertama dan menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n barisan aritmatika dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 2 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 2a dan 2b dengan benar. Subjek S5 telah mampu mencari rasio antar suku barisan geometri, menentukan suku pertama dan menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n barisan geometri dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 3 bahwa Subjek S5 belum dapat menyelesaikan soal nomor 3 dengan benar. Subjek S5 telah mampu mencari beda antar suku barisan aritmatika dengan menggunakan cara eliminasi, dan menentukan suku pertama dengan menggunakan cara substitusi, namun Subjek S5 masih keliru dalam memahami pertanyaan “Tentukan 10 suku pertama dari barisan tersebut!”. Pada saat wawancara Subjek S5 telah memahami maksud dari pertanyaan tersebut dan mampu menjelaskan kembali jawabannya dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object* pada Subjek S5 masih belum sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 4 bahwa

Subjek S5 belum dapat menyelesaikan soal nomor 4 dengan benar. Subjek S5 masih mampu menentukan rasio barisan geometri dengan menggunakan cara substitusi, namun Subjek S5 masih keliru dalam memahami pertanyaan “*Tentukan 5 suku pertama dari barisan tersebut!*”. Pada saat wawancara, Subjek S5 telah memahami maksud dari pertanyaan tersebut dan mampu menjelaskan kembali jawabannya dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object* pada Subjek S5 belum sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 5 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 5 dengan benar. Subjek S5 telah mampu mencari beda antar suku barisan aritmatika dengan cara eliminasi, mampu menentukan suku pertama dengan cara substitusi dan menggunakan rumus barisan aritmatika untuk mencari suku ke- n yang lebih besar yaitu suku ke-99 dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 6 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 6 dengan benar. Subjek S5 mampu menentukan rasio dan suku pertama barisan geometri dengan benar dan mampu menentukan suku ke-11 dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 7 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 7a dan 7b dengan benar. Subjek S5 telah mampu menentukan contoh mana yang termasuk barisan aritmatika atau bukan barisan aritmatika dan

menjelaskan alasannya dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 8 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 8 dengan benar. Subjek S5 telah mampu membedakan barisan yang termasuk barisan aritmatika ataupun yang bukan barisan aritmatika dan mengetahui sifat-sifat dari barisan aritmatika. Oleh karena itu, mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 9 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 9a dan 9b dengan benar. Subjek S5 telah mampu menentukan contoh mana yang termasuk barisan geometri atau bukan barisan geometri dan menjelaskan alasannya dengan tepat. Oleh karena itu, mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S5 pada soal nomor 10 bahwa Subjek S5 dapat menyelesaikan soal nomor 10 dengan benar. Subjek S5 telah mampu membedakan barisan yang termasuk barisan geometri ataupun yang bukan barisan geometri dan mengetahui sifat-sifat dari barisan geometri. Oleh karena itu, mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* pada Subjek S5 sudah sempurna.

Berdasarkan hasil dari tes tertulis dan hasil wawancara dengan Subjek S5: 1) mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process* bagian barisan aritmatika maupun barisan geometri sudah terjadi dengan sempurna, 2)

mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object* bagian barisan aritmatika masih belum sempurna, sedangkan mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object* bagian barisan geometri belum ada, 3) mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process* bagian barisan aritmatika sudah sempurna, sedangkan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process* bagian barisan geometri belum ada, 4) mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* bagian barisan aritmatika maupun barisan geometri sudah terjadi dengan sempurna.

Pada bagian pembahasan, akan dibahas mengenai kontruksi dan mekanisme mental materi Barisan berdasarkan Teori APOS. Adapun pada pembahasan ini, akan dipaparkan deskripsi dalam proses penyelesaian materi Barisan dari 4 mekanisme mental, yaitu: 1) *Interorization*, 2) *Encapsulation*, 3) *Coordination*, 4) *De-encapsulation*.

Tabel 1. Rekapitulasi Mekanisme Mental (MM) berdasarkan *Genetic Decomposition (GD)* Barisan Aritmatika (BA) dan Barisan Geometri (BG)

MM	B	S1	S2	S3	S4	S5	S6
1	A	√	√	√	√	√	■
	G	√	√	√	√	√	■
2	A	■	■	■	■	■	■
	G	×	■	×	×	■	■
3	A	√	√	√	■	√	√
	G	×	√	√	■	√	■
4	A	√	√	√	■	√	■
	G	√	√	√	×	√	■

Keterangan:

√ = Sempurna

■ = Belum sempurna

× = Belum ada

Pada mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*, 5 dari 6 siswa mampu menentukan beda dan suku pertama serta menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n dengan benar. Dalam kasus 6, Subjek S6 keliru dan kurang teliti dalam menggunakan operasi bilangan sehingga salah dalam menjawab pertanyaan yang dimaksud. Subjek penelitian juga tidak menuliskan secara nyata apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal. Penyebab siswa tidak menuliskan diketahui dan ditanyakan pada umumnya siswa tidak terbiasa dan malas untuk menuliskan diketahui dan ditanyakan karena untuk mempersingkat waktu dan merasa hal tersebut sudah ada di soal (Priyanto & Trapsilasiwi, 2015).

Pada mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*, keenam subjek belum mampu memahami pertanyaan “*Tentukan 10 atau 5 suku pertama dari barisan tersebut*”. Subjek penelitian keliru dalam menjawab pertanyaan ini. Dalam kasus 1 dan 4, Subjek S1 dan S4 menjawab dengan mencari nilai dari U_{10} atau U_5 . Dalam kasus 2, 3, 5, dan 6, Subjek tersebut menjawab dengan mencari nilai dari S_{10} atau S_5 . Hal ini menyebabkan keenam subjek belum sempurna dalam melakukan mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh (Manibuy et al., 2014) bahwa kesalahan yang dilakukan siswa diantaranya adalah salah dalam memahami maksud soal dan pertanyaan dalam soal, serta salah dalam menggunakan rumus. Sejalan dengan itu, hasil penelitian yang dilakukan oleh (Sepeng & Madzorera, 2014) menyebutkan bahwa siswa mengalami kendala dalam menyelesaikan masalah dikarenakan salah dalam memahami

bahasa dari pertanyaan, ketidakmampuan siswa dalam memahami bahasa yang ada dalam soal akan menyebabkan siswa gagal dalam memperoleh jawaban yang benar.

Pada mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *process* menuju tahap *process* bagian barisan aritmatika, keenam subjek sudah sempurna dalam melalui tahap ini. Sedangkan pada bagian barisan geometri, 3 Subjek masih keliru dalam menentukan rasio dari barisan tersebut yang menyebabkan kesalahan pada tahap selanjutnya yang disebabkan oleh kesalahan dalam operasi perhitungan. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh (Rindyana & Chandra, 2013) bahwa siswa mengalami kesalahan pada tahap keterampilan proses yaitu siswa salah dalam melakukan perkalian, pembagian, penjumlahan, dan pengurangan.

Pada mekanisme mental *de-encapsulation*, hanya 2 dari 6 Subjek yang masih keliru dalam menentukan contoh yang merupakan barisan geometri atau bukan. Kedua Subjek ini masih kebingungan dalam memahami definisi dan sifat dari barisan geometri.

SIMPULAN

Berdasarkan paparan data dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 4 mekanisme mental, yaitu: 1) *Interiorization* (tahap *action* menuju tahap *process*), 2) *Encapsulation* (tahap *process* menuju tahap *object*), 3) *Coordination* (tahap *process* menuju tahap *process*), 4) *De-encapsulation* (tahap *object* menuju tahap *process*). Berikut adalah deskripsi karakteristik siswa dalam mengkonstruksi barisan aritmatika dan geometri berdasarkan teori APOS.

Pada mekanisme mental *interiorization* (tahap *action* menuju tahap *process*) : (1) Untuk barisan

aritmatika, 5 dari 6 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini. Siswa dapat menentukan beda dari barisan yang telah diketahui, dapat menentukan suku pertama dan suku ke- n sesuai dengan yang ditanyakan pada soal. Sedangkan satu siswa lainnya, terdapat kesalahan dalam menuliskan rumus suku ke- n dari barisan aritmatika yang menyebabkan siswa tersebut belum sempurna dalam melalui tahap ini. (2) Untuk barisan geometri, 5 dari 6 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini. Siswa dapat menentukan rasio dari barisan yang telah diketahui, dapat menentukan suku pertama dan suku ke- n sesuai dengan yang ditanyakan pada soal. Sedangkan satu siswa lainnya, terdapat kesalahan dalam mengoperasikan perkalian suatu bilangan berpangkat yang menyebabkan siswa tersebut belum sempurna dalam melalui tahap ini.

Pada mekanisme mental *encapsulation* (tahap *process* menuju tahap *object*): (1) Untuk barisan aritmatika, ke-enam siswa masih belum sempurna dalam melakukan tahap ini. 5 siswa dapat menentukan beda dari barisan menggunakan cara eliminasi dan mencari suku pertama dengan cara substitusi sedangkan 1 siswa lainnya menentukan beda dan suku pertama dengan menggunakan caranya sendiri. Namun, ke-enam siswa masih salah dalam memahami pertanyaan "Tentukan 10 suku pertama dalam barisan tersebut!" maka siswa masih belum sempurna dalam melalui tahap ini. (2) Untuk barisan geometri, 3 siswa masih belum sempurna dalam melakukan tahap ini dikarenakan salah dalam memahami pertanyaan "Tentukan 5 suku pertama dalam barisan tersebut!" namun sudah benar dalam menentukan rasio dari barisan geometri. Sedangkan 3 siswa lainnya belum berhasil melalui tahap ini

dikarenakan siswa masih keliru dalam menentukan rasio dan juga salah dalam memahami pertanyaan “Tentukan 5 suku pertama dalam barisan tersebut!”.

Pada mekanisme mental *coordination* (tahap *process* menuju tahap *process*): (1) Untuk barisan aritmatika, 5 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini, siswa bisa menentukan beda, suku pertama dan juga suku ke- n yang lebih besar. Sedangkan 1 siswa lainnya belum sempurna melakukan tahap ini dikarenakan terdapat kesalahan dalam menggunakan tanda operasi bilangan. (2) Untuk barisan geometri, 3 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini, siswa bisa menentukan rasio, suku pertama dan juga suku ke- n yang lebih besar. Sedangkan 3 siswa lainnya masih belum sempurna dalam melakukan tahap ini dikarenakan masih salah dalam menentukan rasio barisan geometri tersebut.

Pada mekanisme mental *de-encapsulation* (tahap *object* menuju tahap *process*): (1) Untuk barisan aritmatika, 4 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini, siswa sudah bisa membedakan contoh barisan yang termasuk barisan aritmatika maupun bukan barisan aritmatika dan mengetahui sifat-sifat dari barisan aritmatika. Sedangkan 2 siswa lainnya masih keliru dalam menentukan contoh barisan aritmatika maka siswa masih belum sempurna melakukan tahap ini. (2) Untuk barisan geometri, 4 siswa sudah sempurna dalam melakukan tahap ini, siswa sudah bisa membedakan contoh barisan yang termasuk barisan geometri maupun bukan barisan geometri dan mengetahui sifat-sifat dari barisan geometri. Sedangkan 2 siswa lainnya masih keliru dalam menentukan contoh barisan geometri maka siswa masih belum sempurna melakukan tahap ini.

DAFTAR PUSTAKA

- García-Martínez, I., & Parraguez, M. (2017). The basis step in the construction of the principle of mathematical induction based on APOS theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 46(September 2016), 128–143. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.04.001>
- Hardiyanti, A. (2016). Analisis kesulitan siswa kelas IX SMP dalam menyelesaikan soal pada materi barisan dan deret. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya.*, 78–88.
- Kartika, Y. (2018). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis peserta didik kelas VII SMP pada materi bentuk aljabar. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 2(4), 777–785.
- Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. (2016). Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia nomor 22 tahun 2016. *Kemendikbud RI*.
- Manibuy, R., Mardiyana, & Saputro, D. R. S. (2014). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Kuadrat Berdasarkan Taksonomi Solopada Kelas X SMA Negeri 1 Plus Di Kabupaten Nabire – Papua. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, 2(9), 933–945.
- Ni'mah, R., Sunismi, & Fathani, A. H. (2018). Kesalahan konstruksi konsep matematika dan scaffoldingnyaya. *Edudikara: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 3(2), 162–171.
- Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of

- APOS theory. *Linear Algebra and Its Applications*, 432(8), 2112–2124.
<https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034>
- Pirmanto, Y., Anwar, M. F., & Bernard, M. (2020). Analisis kesulitan siswa SMA dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah pada materi barisan dan deret dengan langkah-langkah menurut Polya. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 3(4), 371–384.
<https://doi.org/10.22460/jpmi.v3i4.371-384>
- Priyanto, A., & Trapsilasiwi, D. (2015). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Pokok Bahasan Teorema Pythagoras Berdasarkan Kategori Kesalahan Newman di Kelas VIII A SMP Negeri 10 Jember (Analysis of 8th Grade Junior High School 10 Jember Solving Math Story Problem. *Mathematics Education*, 1, 1–5.
- Rindyana, B. S. B., & Chandra, T. D. (2013). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika materi sistem persamaan linear dua variabel berdasarkan analisis newman. *Universitas Negeri Malang*.
- Sepeng, P., & Madzorera, A. (2014). Sources of Difficulty in Comprehending and Solving Mathematical Word Problems. *International Journal of Educational Sciences*, 6(2), 217–225.
https://en.wikipedia.org/wiki/Educational_sciences
- Soedjadi, R. (2007). Inti dasar-dasar pendidikan matematika realistik indonesia. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 1–10.
<https://doi.org/10.22342/jpm.1.2.807>.
- Sugiyono. (2016). *Metode penelitian kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.