

## KONSTRUKSI KONSEP SISTEM PERSAMAAN LINIER TIGA VARIABEL BAGI SISWA SMA BERDASARKAN TEORI APOS

Syela Rizki Amelia\*, Syamsuri, Cecep Anwar Hadi Firdos Santosa

Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

\*ameliasyela@gmail.com

### ABSTRAK

Tujuan utama penelitian ini adalah untuk menggambarkan konstruksi konsep sistem persamaan linier tiga variabel bagi siswa SMA berdasarkan Teori APOS. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah APOS Research Cycle. Subjek penelitian ini adalah seorang siswa kelas XI yang telah mendapatkan materi sistem persamaan linier tiga variabel. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes tertulis dan wawancara semi terstruktur. Teknik analisis data dilakukan secara kualitatif dengan 3 tahap yaitu reduksi data, penyajian data, dan verifikasi atau penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Subjek S mengalami mekanisme mental interiorization yaitu tahap action menuju tahap process belum sempurna, mekanisme encapsulation yaitu tahap process menuju tahap object sudah sempurna, mekanisme mental de-encapsulation yaitu tahap object menuju tahap process belum sempurna, mekanisme mental assimilation yaitu tahap object dengan adanya schema baru yaitu schema operasi aljabar belum sempurna, dan mekanisme mental coordination yaitu tahap object menuju tahap object sudah sempurna.

**Kata kunci:** konstruksi konsep, sistem persamaan linier tiga variabel, teori apos, mekanisme mental

### ABSTRACT

The main purpose of this study is to describe the construction of the concept of a three-variable system of linear equations for high school students based on APOS Theory. The approach used in this research is the APOS Research Cycle. The subject of this research is a class XI student who has received material on a three-variable system of linear equations. The instruments used in this study were written test questions and semi-structured interviews. The data analysis technique was carried out qualitatively with 3 stages, namely data reduction, data presentation, and verification or conclusion drawing. The results showed that Subject S experienced a mental interiorization mechanism, namely the action stage to the process stage was not perfect, the encapsulation mechanism, namely the process stage to the object stage was perfect, the mental de-encapsulation mechanism, namely the object stage to the process stage, was not perfect, the mental assimilation mechanism, namely the object stage. with the new schema, namely the schema of algebraic operations is not perfect, and the mental coordination mechanism, namely the object stage to the object stage is perfect.

**Keywords:** concept construction, three variable linear equation system, apos theory, mental mechanism

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang wajib dipelajari oleh peserta didik pada setiap jenjang pendidikan. Menurut Kadafuk dkk. (2020), matematika merupakan pelajaran penting yang tak terpisahkan dari pendidikan secara umum karena gagasan-gagasan telah digunakan dalam kehidupan sehari-hari, sehingga gagasan tersebut juga digunakan dalam bidang lain yang tidak terlepas dari perkembangan matematika.

Matematika erat kaitannya dengan konsep. Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk melakukan penggolongan atau klasifikasi (Soedjadi, 2000). Konsep matematika disusun secara berurutan sehingga konsep sebelumnya digunakan untuk mempelajari konsep selanjutnya (Virdanismaya, 2019).

Konsep matematika perlu dikonstruksi oleh siswa. Konstruksi konsep berasal dari dua kata yaitu konstruksi dan konsep yang berarti bangunan konsep sehingga mengkonstruksi konsep berarti membangun konsep. Konstruksi konsep matematika adalah suatu kegiatan aktif yang dilakukan untuk memperoleh atau membangun suatu konsep dalam matematika (Ni'mah dkk., 2018).

Salah satu konsep dalam matematika ialah Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV). Penelitian yang dilakukan oleh Suliswanto dkk. (2020) menjelaskan bahwa siswa mampu mendeskripsikan pengertian dan dapat membedakan contoh dari sistem persamaan linier tiga variabel, tetapi ada beberapa siswa yang kurang bisa dalam menyelesaikan masalah spltv secara analitis. Dipilihnya materi SPLTV pada penelitian ini dikarenakan pada materi ini terdapat berbagai persoalan yang berupa pemahaman konsep sehingga dapat

membantu peneliti dalam mengetahui konstruksi konsep matematis siswa pada materi sistem persamaan linier tiga variabel.

Untuk menggambarkan lebih detail konstruksi konsep sistem persamaan linier tiga variabel dibutuhkan kerangka teori berpikir. Salah satu teori yang bisa menjelaskan hal tersebut ialah Teori APOS. Penelitian yang dilakukan oleh García-Martínez dan Parraguez (2017) dengan judul "*The Basis Step in the Construction of The Principle of Mathematical Induction Based On APOS Theory*" menunjukkan bahwa penggunaan prinsip matematika seperti Prinsip Induksi Matematika dan analisisnya berdasarkan Teori APOS dapat menentukan konstruksi yang mendasari kesulitan siswa dan strategi yang mereka gunakan saat melaksanakan aktivitas matematika dengan bilangan asli atau padanan isomorfiknya. Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh Parraguez dan Oktaç (2010) dengan judul "*Construction of The Vector Space Concept From The Viewpoint of APOS Theory*" menunjukkan bahwa penerapan Teori APOS bertujuan untuk mengusulkan cara yang mungkin siswa dapat ikuti untuk membangun konsep ruang vektor. Dalam penelitiannya, menggambarkan mekanisme mental dan konstruksi yang mungkin memerlukan tempat ketika siswa mempelajari konsep ini. Ketika siswa kekurangan prasyarat konstruksi, menjadi sangat sulit bagi mereka untuk mengembangkan skema yang cukup kuat dari konsep ruang vektor.

Teori APOS merupakan kerangka acuan teoritis pendidikan matematika yang secara kognitif menggambarkan bagaimana siswa mengkonstruksi atau mempelajari konsep (topik) dalam matematika berdasarkan struktur matematika

sebelumnya, yang pada gilirannya berkembang menjadi pengetahuan lain (García-Martínez & Parraguez, 2017). Menurut Ed Dubinsky, Teori APOS dapat digunakan sebagai suatu alat analisis untuk mendeskripsikan perkembangan skema seseorang pada suatu topik matematika yang merupakan totalitas dari pengetahuan yang terkait (secara sadar atau tak sadar) terhadap topik tersebut (Syaiful, 2013). Teori APOS menguraikan tentang bagaimana kegiatan mental seorang anak yang berbentuk aksi (*actions*), proses (*processes*), objek (*objects*), dan skema (*schema*) ketika mengkonstruksi konsep matematika. Af-idah dan Suhendar (2020) mengungkapkan pada tahap *action* terjadi transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan, serta instruksi tahap demi tahap bagaimana melakukan operasi. Tahap *process*, yaitu suatu konstruksi mental yang terjadi secara internal ketika seseorang sudah bisa melakukan tingkat aksi secara berulang kali. Tahap *object*, dapat diartikan sebagai sesuatu yang dihasilkan dari pengkonstruksian mental yang telah dilakukan pada tahap *process*. *Schema*, yaitu kumpulan *action*, *process*, dan *object* yang dirangkum menjadi sebuah *schema*.

Berdasarkan penjelasan tersebut, penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul “Konstruksi Konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel Bagi Siswa SMA Berdasarkan Teori APOS”.

## METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan menggunakan pendekatan APOS *Research Cycle*, karena bertujuan untuk mendeskripsikan struktur dan mekanisme mental dalam mengonstruksi

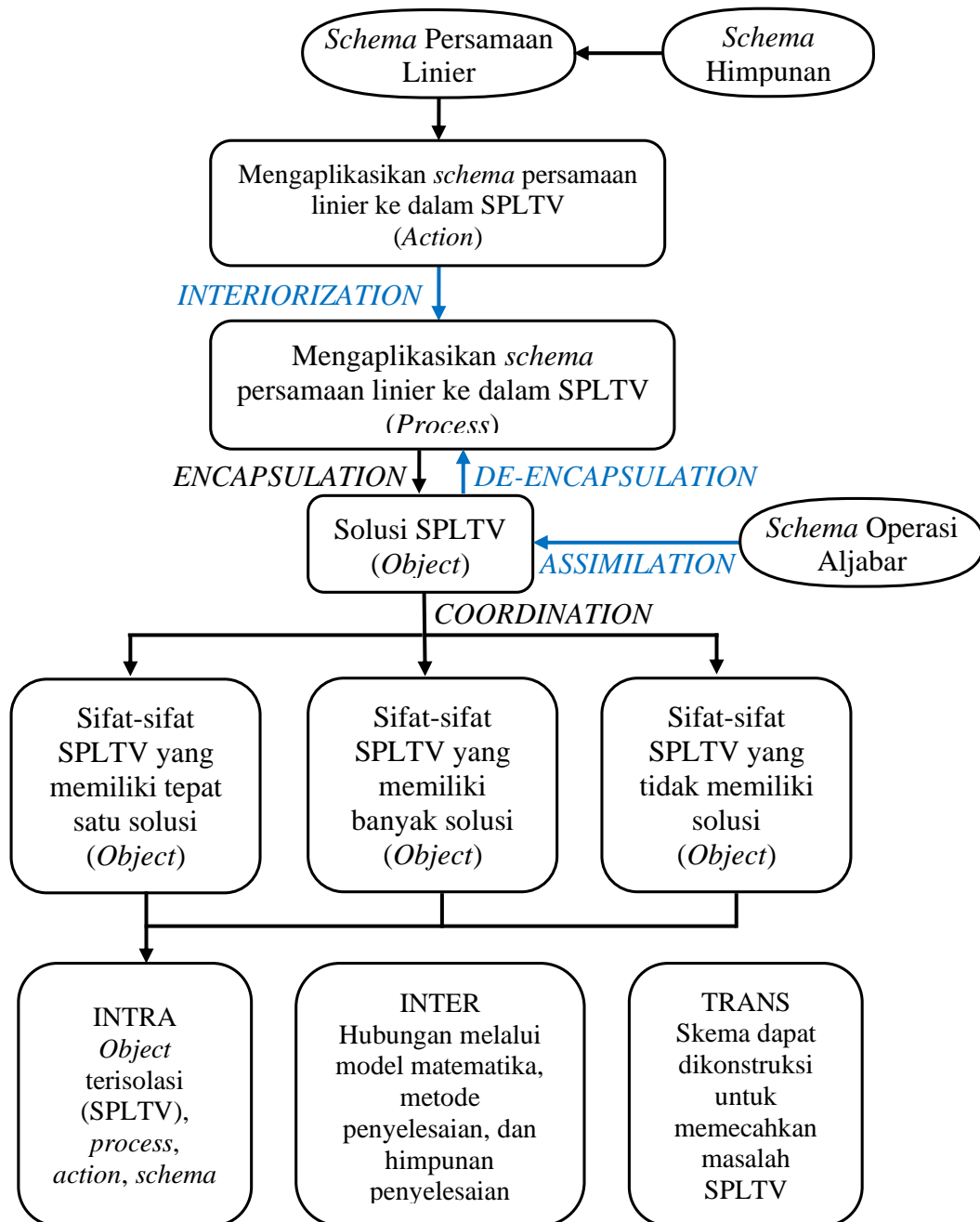
konsep sistem persamaan linier tiga variabel berdasarkan Teori APOS.

Berdasarkan Arnon et al. (2014), APOS *Research Cycle* terdiri atas 3 tahap yaitu: (1) analisis teoritis (*theoretical analysis*) yaitu pembuatan *genetic decomposition* terkait konsep sistem persamaan linier tiga variabel berdasarkan materi prasyarat, pengetahuan peneliti tentang Teori APOS, pengetahuan matematika, artikel penelitian lainnya terkait penelitian ini, dan pemahaman peneliti tentang konsep sistem persamaan linier tiga variabel., (2) desain instrumen dan aplikasinya (*instrument design and application*) yaitu pembuatan instrument penelitian berupa tes tertulis berdasarkan *genetic decomposition* dan pedoman wawancara bertujuan untuk mendapatkan informasi yang relevan tentang struktur dan mekanisme mental dalam mengonstruksi konsep sistem persamaan linier tiga variabel oleh siswa, dan (3) pengumpulan dan analisis data yaitu pengumpulan data, baik proses pengerjaan siswa dalam menyelesaikan tes matematis yang diberikan maupun transkrip wawancaranya, setelah itu data dianalisis. Untuk menganalisis dokumen-dokumen tersebut, metode kasus dianggap tepat (Stake, 2010) karena dapat digunakan untuk melakukan studi mendalam tentang suatu situasi dalam kerangka waktu yang terbatas. Studi kasus adalah bagian dari siklus penelitian Teori APOS untuk melakukan analisis yang selaras terhadap pekerjaan peserta dengan GD yang diusulkan.

Subjek pada penelitian ini adalah seorang siswa kelas XI yang dipilih berdasarkan rekomendasi dari guru dan telah mendapatkan materi mengenai sistem persamaan linier tiga variabel. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes tertulis sebanyak 7 soal dibuat berdasarkan *genetic*

*decomposition* sistem persamaan linier tiga variabel yang dilaksanakan menggunakan *google form* dan wawancara semi terstruktur yang dilakukan menggunakan *google meet*. Sebelumnya instrumen tes dan wawancara telah dilakukan uji validitas validitas menggunakan cara *expert*

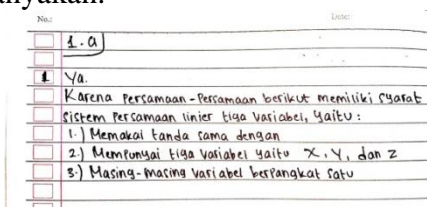
*judgement* yang dilakukan oleh dosen pembimbing 1 dan 2. Teknik analisis data pada penelitian ini yaitu dilakukan dengan cara reduksi data, penyajian data, dan verifikasi atau kesimpulan. Berikut *genetic decomposition* sistem persamaan linier tiga variabel.



Gambar 1. Genetic decomposition sistem persamaan linier tiga variabel

## HASIL DAN PEMBAHASAN Paparan Data

Subjek S telah menyelesaikan 12 soal dari instrumen penelitian ini. Untuk soal 1a, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 2. Hasil tes S pada soal nomor 1a

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

S : Menurut saya, persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel, karena memakai tanda sama dengan, mempunyai 3 variabel yaitu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ , dan masing-masing variabel berpangkat 1.

P : Apa itu SPLTV dan ciri-cirinya?

S : Sistem persamaan linier yang memiliki tiga variabel. Ciri-cirinya yaitu pada persamaannya menggunakan tanda sama dengan ( $=$ ), mempunyai 3 variabel, serta pangkat variabelnya harus 1.

P : Apa perbedaan dari persamaan linier tiga variabel dengan sistem persamaan linier tiga variabel?

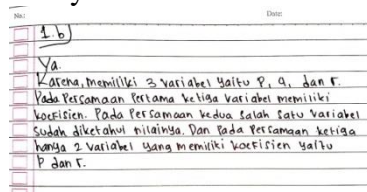
S : Persamaan linier tiga variabel itu hanya ada 1 persamaan, sedangkan sistem persamaan linier tiga variabel itu terdiri dari beberapa persamaan linier tiga variabel

P : Apa kesimpulannya?

S : Jadi, persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel karena pangkat variabelnya 1, menggunakan tanda sama dengan ( $=$ ), memiliki minimal 2 persamaan linier tiga variabel, dan memiliki 3 variabel.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengetahui apa itu sistem persamaan linier tiga variabel dan ciri-cirinya, dapat menjawab benar mengenai persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel serta alasan juga benar dan lengkap. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*.

Untuk soal 1b, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 3. Hasil tes S pada soal nomor 1b

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

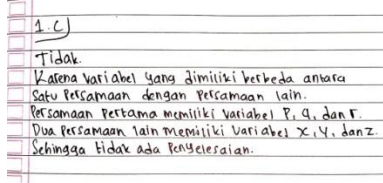
S : Menurut saya, persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel, karena persamaan-persamaan tersebut memiliki 3 variabel yaitu  $p$ ,  $q$ , dan  $r$ .

P : Pada persamaan 2, apa ada variabel  $p$  dan  $r$ , dan persamaan 3, apa ada variabel  $q$  nya?

S : Ada kak, tapi koefisien variabel 0.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat menjawab benar bahwa persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel dan alasannya juga lengkap. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*.

Untuk soal 1c, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan, namun alasannya kurang lengkap.



Gambar 4. Hasil tes S pada soal nomor 1c

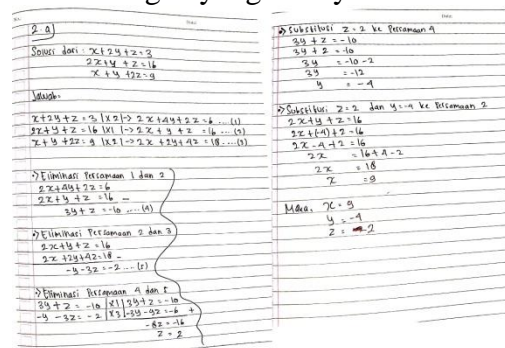
Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

- P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?
- S : Menurut saya, persamaan-persamaan tersebut bukan termasuk sistem persamaan linier tiga variabel, karena variabel yang dimiliki berbeda antara satu persamaan dengan persamaan lain. Persamaan pertama memiliki variabel p, q, dan r, sedangkan persamaan kedua dan ketiga memiliki variabel x, y, dan z. Karena variabelnya berbeda, maka persamaan-persamaan tersebut tidak memiliki penyelesaian..
- P : Memang ada berapa variabelnya?
- S : Ada 6, sedangkan ciri-ciri dari SPLTV kan harus ada 3 variabel.
- P : Berdasarkan ciri-ciri dari sistem persamaan linier tiga variabel yaitu pangkat variabel harus 1, apakah persamaan-persamaan tersebut pangkat variabelnya sudah 1?
- S : Sudah, karena tidak ada yang berpangkat kuadrat.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat menjawab benar mengenai persamaan-persamaan tersebut bukan merupakan sistem persamaan linier tiga variabel, namun alasan pada tes dan wawancara kurang lengkap. Oleh karena itu, Subjek S mendekati mekanisme mental

*interiorization* yaitu tahap *action* menuju tahap *process*.

Untuk soal 2a, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 5. Hasil tes S pada soal nomor 2a

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

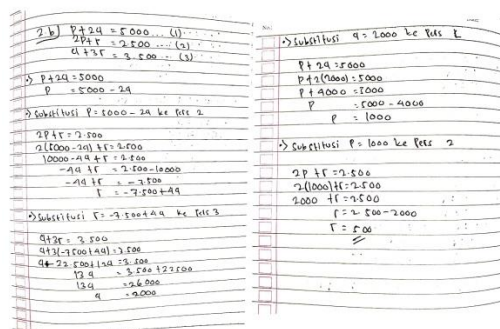
- P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?
- S : Saya pakai metode campuran. Pertama, saya eliminasi variabel x pada persamaan 1 dan 2, sehingga menghasilkan persamaan 4. Selanjutnya, saya eliminasi variabel x pada persamaan 2 dan 3, sehingga menghasilkan persamaan 5. Kemudian, saya eliminasi variabel y pada persamaan 4 dan 5, sehingga didapat nilai  $z = 2$ . Lalu, saya substitusikan nilai  $z = 2$  ke persamaan 4, sehingga didapat nilai  $y = -4$ . Setelah itu, saya substitusikan nilai  $y = -4$  dan  $z = 2$  ke persamaan 2, sehingga didapat nilai  $x = 9$ .
- P : Apa kesimpulan dari soal tersebut?
- S : Jadi kesimpulannya yaitu didapat solusi dari sistem persamaan linier tiga variabel yaitu  $x = 9$ ,  $y = -4$ , dan  $z = 2$ .

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil



pekerjaannya mengenai mencari solusi sistem persamaan linier tiga variabel. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*.

Untuk soal 2b, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 6. Hasil tes S pada soal nomor 2b

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

S : Saya pakai metode substitusi. Dari persamaan 1 saya ubah menjadi  $p = 5000 - 2q$ . Selanjutnya, saya substitusikan  $p = 5000 - 2q$  ke persamaan 2, sehingga didapat  $r = -7500 + 4q$ . Kemudian, saya substitusikan  $r = -7500 + 4q$  ke persamaan 3, sehingga didapat nilai  $q = 2000$ . Lalu, saya substitusikan nilai  $q = 2000$  ke persamaan 1, sehingga didapat nilai  $p = 1000$ . Setelah itu, saya substitusikan nilai  $p = 1000$  ke persamaan 2, sehingga didapat nilai  $r = 500$ .

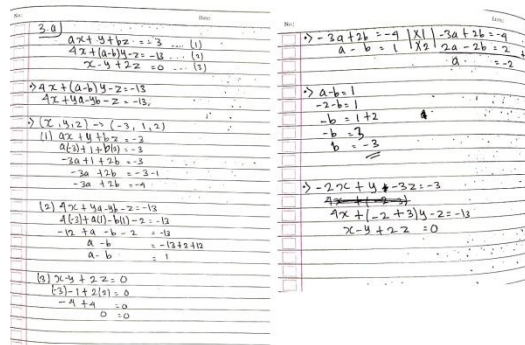
P : Apa kesimpulan dari soal tersebut?

S : Jadi, kesimpulannya didapat solusi dari sistem persamaan linier tiga variabel tersebut yaitu  $p = 1000$ ,  $q = 2000$ , dan  $r = 500$ .

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat

mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai mencari solusi sistem persamaan linier tiga variabel. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object*.

Untuk soal 3a, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S menuliskan jawaban sesuai dengan apa yang ditanyakan, namun terdapat kesalahan perhitungan.



Gambar 7. Hasil tes S pada soal nomor 3a

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

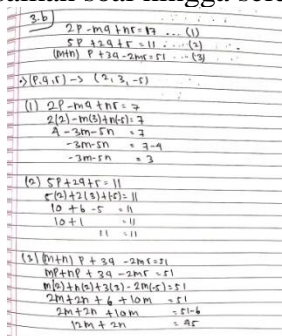
S : Saya pakai metode campuran. Karena persamaan 2 masih ada yang didalam kurung, jadi saya kalikan terlebih dahulu. Saya substitusikan solusinya ke persamaan-persamaan tersebut sehingga didapat persamaan 1 dan 2 yang baru. Selanjutnya, saya eliminasi variabel b pada persamaan 1 dan 2 yang baru, sehingga didapat nilai  $a = -2$ . Kemudian, saya substitusikan nilai  $a = -2$  ke persamaan 2 yang baru, sehingga didapat nilai  $b = -3$ . Setelah itu, substitusi nilai  $a = -2$  dan  $b = -3$  ke persamaan awal, sehingga didapat sistem persamaan linier tiga variabelnya.

P : Apa kesimpulan dari soal tersebut?

S : *Kesimpulannya yaitu didapat nilai  $a = -2$  dan  $b = -3$ , serta sistem persamaan linier tiga variabelnya yaitu  $-2x + y - 3z = -3$ ;  $4x + y - z = -13$ ; dan  $x - y + 2z = 0$ .*

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal dan menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai sistem persamaan linier tiga variabel yang telah diketahui solusinya kemudian mencari nilai  $a$  dan  $b$  serta sistem persamaan linier tiga variabel yang telah disubstitusikan nilai  $a$  dan  $b$  nya, namun terdapat kesalahan saat mengeliminasi persamaan 1 dan 2 yang baru. Oleh karena itu, Subjek S mendekati mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*.

Untuk soal 3b, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*. Subjek S tidak dapat menyelesaikan soal hingga selesai.



Gambar 8. Hasil tes S pada soal nomor 3b  
Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

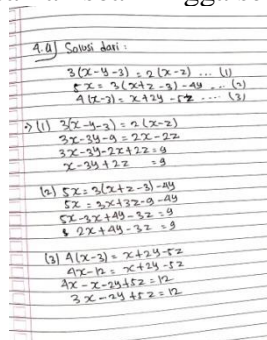
P : *Kok belum selesai?*  
 S : *Iya kak, karena saya agak tidak paham dengan soal tersebut.*  
 P : *Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?*  
 S : *Pertama, saya substitusikan solusinya ke persamaan-persamaan tersebut, sehingga didapat persamaan 1 yang baru yaitu  $-3m - 5n = 3$  dan persamaan 3 yang baru yaitu  $12m + 2n = 45$ .*

P : *Kenapa jawabanmu tidak dilanjutkan?*

S : *Karena waktu saya eliminasi persamaan 1 dan 3 yang baru, didapat nilai  $m$  dan  $n$  nya bukan bilangan bulat. Jadi, tidak saya lanjutkan dan hanya mengirim sampai substitusi saja.*

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S hanya dapat menjawab sampai dengan mensubstitusikan solusinya ke persamaan-persamaan tersebut dan tidak dapat menyelesaikan soal hingga selesai. Saat wawancara, alasan Subjek S adalah karena hasil yang didapat bukan bilangan bulat, sehingga Subjek S tidak menuliskan lanjutan jawabannya. Selain itu, pada jawaban tertulis Subjek S terdapat kesalahan perhitungan. Oleh karena itu, Subjek S belum melakukan mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process*.

Untuk soal 4a, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *assimilation* yaitu tahap *object* dengan adanya *schema* baru yaitu *schema* operasi aljabar. Subjek S tidak dapat menyelesaikan soal hingga selesai.



Gambar 9. Hasil tes S pada soal nomor 4a  
Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

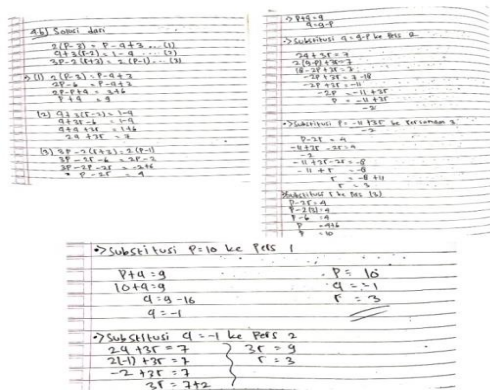
P : *Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?*  
 S : *Karena waktunya sedikit lagi, saya hanya mengerjakan sampai mengkali-kalikan persamaan-persamaannya agar menjadi bentuk*



umum sistem persamaan linier tiga variabel sehingga mendapatkan persamaan 1 yang baru yaitu  $x - 3y + 2z = 9$ , persamaan 2 yang baru yaitu  $2x + 4y - 3z = 9$ , dan persamaan 3 yang baru yaitu  $3x - 2y + 5z = 12$ .

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S hanya dapat menjawab sampai dengan mengoperasikan persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum dari sistem persamaan linier tiga variabel dan tidak dapat menyelesaikan soal hingga selesai. Saat wawancara, alasan Subjek S adalah karena waktu yang tersisa sedikit, sehingga Subjek S tidak menuliskan lanjutan jawabannya. Selain itu, pada jawaban tertulis Subjek S terdapat kesalahan perhitungan. Oleh karena itu, Subjek S belum melakukan mekanisme mental *assimilation* yaitu tahap *object* dengan adanya *schema* baru yaitu *schema* operasi aljabar.

Untuk soal 4b, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *assimilation* yaitu tahap *object* dengan adanya *schema* baru yaitu *schema* operasi aljabar. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 10. Hasil tes S pada soal nomor 4b Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

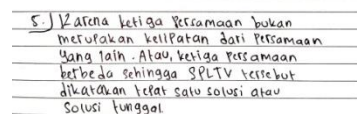
S : Saya pakai metode substitusi. Pertama, saya kali-kalikan agar menjadi bentuk umum sistem persamaan linier tiga variabel, sehingga didapat persamaan 1, 2, dan 3 yang baru. Dari persamaan 1 yang baru, saya ubah menjadi  $q = 9 - p$ . Selanjutnya, saya substitusikan  $q = 9 - p$  ke persamaan 2 yang baru, sehingga menghasilkan  $p = \frac{-11+3r}{-2}$ . Kemudian, saya substitusikan  $p = \frac{-11+3r}{-2}$  ke persamaan 3 yang baru, sehingga didapat nilai  $r = 3$ . Lalu, saya substitusikan nilai  $r = 3$  ke persamaan 3 yang baru, sehingga didapat nilai  $p = 10$ . Setelah itu, saya substitusikan nilai  $p = 10$  ke persamaan 1 yang baru, sehingga didapat nilai  $q = -1$ .

P : Apa kesimpulan dari soal tersebut?

S : Jadi, kesimpulannya yaitu solusinya adalah  $p = 10$ ,  $q = -1$ , dan  $r = 3$ .

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai mencari solusi sistem persamaan linier tiga variabel yang terdapat *schema* tambahan yaitu *schema* operasi aljabar. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *assimilation* yaitu tahap *object* dengan adanya *schema* baru yaitu *schema* operasi aljabar.

Untuk soal 5, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.



Gambar 11. Hasil tes S pada soal nomor 5

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

S : Sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki tepat satu solusi karena ketiga persamaan bukan merupakan kelipatan dari persamaan yang lain, sehingga ketiga persamaan tersebut saling berbeda antara satu sama lain.

P : Jadi, apa kesimpulannya?

S : Jadi sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki tepat satu solusi karena pada ketiga persamaan tersebut tidak ada kelipatan koefisien variabel dan konstanta pada persamaan antara suatu persamaan dengan persamaan lainnya.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai alasan mengapa sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki tepat satu solusi. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*.

Untuk soal 6, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.

6. Karena, salah satu persamaan merupakan kelipatan dari persamaan yang lain. Persamaan 3 merupakan kelipatan dari persamaan 1. Persamaan ketiga  $2x + 4y - 10z = 4$  merupakan kelipatan dari persamaan pertama  $2x + 2y - 5z = 2$

Gambar 12. Hasil tes S pada soal nomor 6

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

S : Sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki banyak solusi karena salah satu persamaan merupakan kelipatan dari persamaan lain. Persamaan yang dimaksud yaitu persamaan 3 merupakan kelipatan dari persamaan 1.

P : Memang kenapa jika terdapat kelipatan?

S : Karena persamaan 1 nya kayak jadi sama seperti persamaan 3. Sehingga seperti hanya ada 2 persamaan, sedangkan variabelnya ada 3. Karena jumlah persamaannya kurang dari jumlah variabelnya, maka sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki banyak solusi.

P : Jadi, apa kesimpulannya?

S : Jadi sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki banyak solusi karena terdapat suatu persamaan yang merupakan kelipatan dari persamaan lain. Persamaan tersebut adalah persamaan 3 merupakan kelipatan dari persamaan 1.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai alasan mengapa sistem persamaan linier tiga variabel tersebut memiliki banyak solusi. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*.

Untuk soal 7, bertujuan untuk mengukur mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*. Subjek S menuliskan jawaban secara benar dan sesuai dengan yang ditanyakan.

7. SPLTV tidak memiliki penyelesaian karena perbandingan koefisiennya sama namun konstantanya konstantanya berbeda yaitu pada persamaan 1 dan 3. Persamaan 2 merupakan kelipatan dari persamaan 1 namun konstantanya berbeda.

$$\begin{matrix} x + 2y - 5z = 2 & \dots (1) \\ a & b & c & d \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2x + 4y - 10z = 5 & \dots (3) \\ a & b & c & d \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a_1 = b_1 = c_1 \neq d_1 \\ a_3 = b_3 = c_3 = d_3 \end{matrix}$$

Gambar 13. Hasil tes S pada soal nomor 7

Hal ini didukung dengan wawancara Peneliti (P) dengan Subjek S (S) sebagai berikut.

P : Bagaimana kamu menjawab soal tersebut?

S : Sistem persamaan linier tiga variabel tersebut tidak memiliki solusi karena pada persamaan-persamaannya memiliki perbandingan koefisiennya sama, namun perbandingan konstantanya berbeda. Persamaan-persamaan tersebut yaitu persamaan 1 dan 3. Koefisien variabel pada persamaan 3 merupakan kelipatan dari koefisien variabel pada persamaan 1, namun kelipatan konstantanya berbeda.

Berdasarkan jawaban tes tertulis dan wawancara pada soal ini, dapat diinterpretasikan bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai alasan mengapa sistem persamaan linier tiga variabel tersebut tidak memiliki solusi. Oleh karena itu, Subjek S telah melakukan mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object*.

### Konstruksi Konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel

Berdasarkan paparan data Subjek S pada soal nomor 1 bahwa Subjek S dapat menjawab soal nomor 1a dan 1b dengan benar tetapi alasan bahwa persamaan-persamaan tersebut bukan termasuk sistem persamaan linier tiga variabel yang diungkapkan oleh Subjek S pada soal nomor 1c kurang lengkap. Oleh karena itu, mekanisme mental *interiorization* yaitu tahap *action* menuju

tahap *process* pada Subjek S masih belum sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S pada soal nomor 2 bahwa Subjek S dapat menjawab soal nomor 2a dan 2b dengan benar. Karena Subjek S dapat mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai mencari mendapatkan solusi dari sistem persamaan linier tiga variabel. Oleh karena itu, mekanisme mental *encapsulation* yaitu tahap *process* menuju tahap *object* pada Subjek S sudah ada.

Berdasarkan paparan data Subjek S pada soal nomor 3 bahwa Subjek S dapat mengerjakan soal dan menjelaskan kembali hasil pekerjaannya pada soal nomor 3a mengenai mencari nilai  $a$  dan  $b$  serta sistem persamaan linier tiga variabel yang telah disubstitusikan nilai  $a$  dan  $b$  nya, tetapi terdapat kesalahan dalam proses perhitungannya. Untuk jawaban nomor 3b tidak dapat diselesaikan dan hanya dikerjakan sampai mensubstitusikan solusinya ke persamaan-persamaannya. Selain itu, terdapat kesalahan pada konstantanya. Oleh karena itu, mekanisme mental *de-encapsulation* yaitu tahap *object* menuju tahap *process* pada Subjek S belum sempurna.

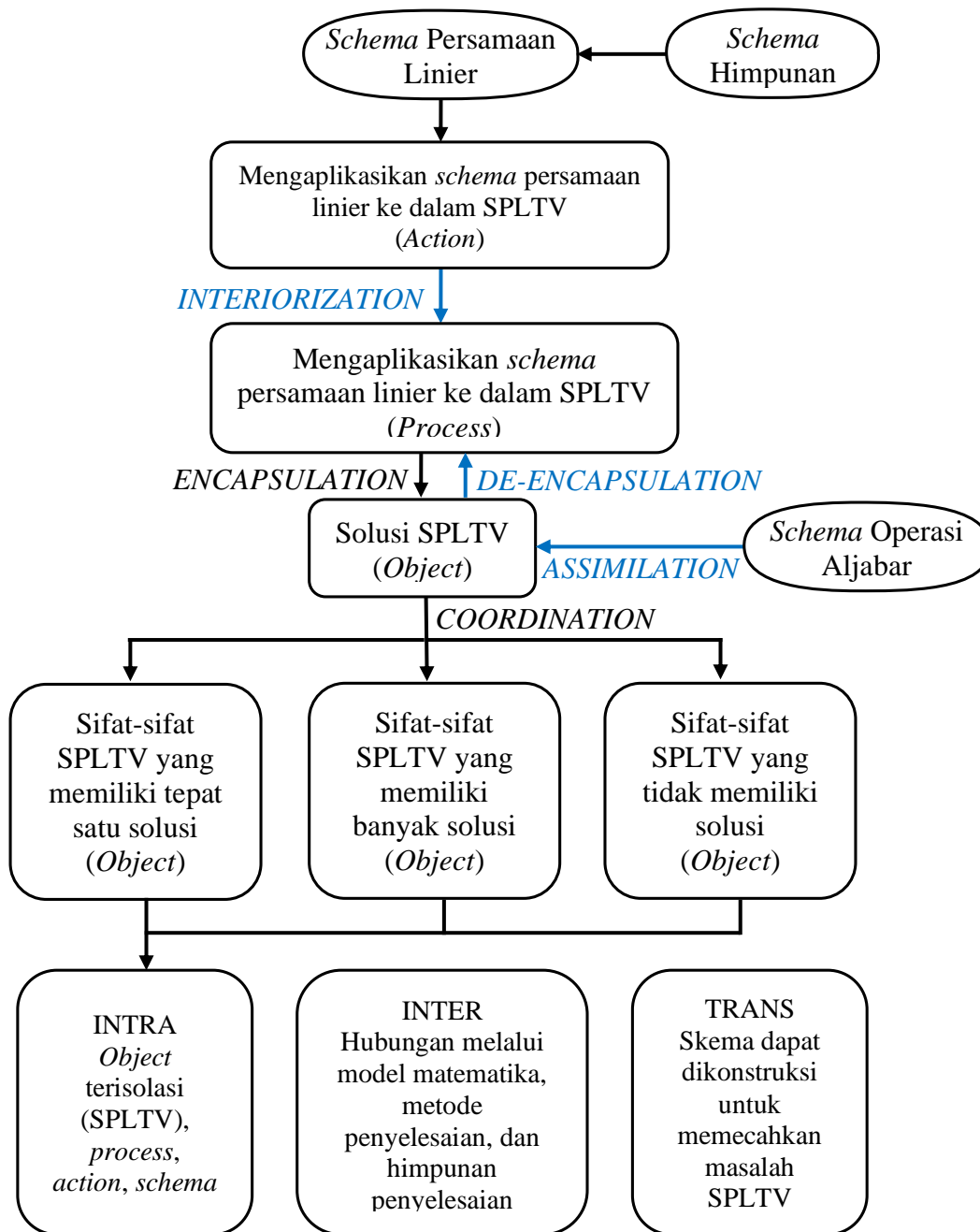
Berdasarkan paparan data Subjek S pada soal nomor 4 bahwa Subjek S dapat menjawab dengan benar soal nomor 4b mengenai mencari solusi dari sistem persamaan linier tiga variabel yang terdapat *schema* tambahan yaitu *schema* operasi aljabar, tetapi untuk jawaban nomor 4a tidak dapat diselesaikan dan hanya dikerjakan sampai mengoperasikan aljabar pada persamaan-persamaannya. Selain itu, terdapat kesalahan pada konstantanya. Oleh karena itu, mekanisme mental *assimilation* yaitu tahap *object* dengan adanya *schema* baru yaitu *schema*

operasi aljabar pada Subjek S4 masih belum sempurna.

Berdasarkan paparan data Subjek S pada soal nomor 5, 6, dan 7 menunjukkan bahwa Subjek S dapat menjawab soal nomor 5, 6, dan 7 dengan benar. Karena Subjek S dapat mengerjakan soal dan menjelaskan kembali hasil pekerjaannya mengenai

alasan mengapa sistem persamaan linier tiga variabel memiliki tepat satu solusi, banyak solusi, dan tidak memiliki solusi. Oleh karena itu, mekanisme mental *coordination* yaitu tahap *object* menuju tahap *object* pada Subjek S sudah ada.

Berikut *genetic decomposition* sistem persamaan linier tiga variabel Subjek S.



Gambar 14. Genetic decomposition Subjek S pada materi sistem persamaan linier tiga variabel  
 Keterangan :  
 Garis hitam ( ————— ) = sempurna

Garis biru ( ————— ) = belum sempurna

Garis merah ( ————— ) = belum ada

### Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian terhadap Subjek S dapat dikatakan bahwa konstruksi konsep sistem persamaan linier tiga variabel Subjek S cukup baik. Pada mekanisme mental *interiorization* belum sempurna, Subjek S dapat menjawab benar mengenai menentukan persamaan-persamaan tersebut termasuk sistem persamaan linier tiga variabel atau tidak, namun alasan yang diungkapkan oleh Subjek S kurang lengkap. Subjek S salah memahami bahwa pada persamaan  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 2$  memiliki pangkat variabel 1, padahal ketiga variabel tersebut memiliki pangkat  $-1$ . Hal ini dikarenakan pemahaman konsep mengenai sistem persamaan linier tiga variabel yang masih kurang. Pemahaman konsep sangat penting pada pembelajaran matematika karena dengan memahami konsep, maka siswa dapat menerapkan konsep tersebut kedalam berbagai bentuk permasalahan (Karim, 2011; Winata & Friantini, 2020).

Pada mekanisme mental *encapsulation* sudah sempurna. Hal ini dapat dilihat berdasarkan hasil jawaban dan wawancara dengan Subjek S. Pada hasil jawaban Subjek S, terlihat bahwa Subjek S dapat menjawab dengan benar dan langkah pengerjaannya yang sesuai dan berurut. Selain itu, pada wawancara, Subjek S dapat menjelaskan kembali mengenai bagaimana ia menjawab soal tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa Subjek S telah melakukan tahap *process* yaitu siswa mampu menjelaskan langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah secara nyata dan memahami prosedural dalam menjawab soal (Mulyono, 2011).

Pada mekanisme mental *de-encapsulation* belum sempurna. Subjek S telah menggunakan langkah pengerjaan yang tepat, namun terdapat kesalahan perhitungan pada bagian eliminasi. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Kuswanti dkk. (2018) menyatakan bahwa terdapat suatu kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan masalah bukan karena siswa tidak tahu bagaimana menjawab soal yang diberikan, tetapi karena kurang teliti dalam pengerjaan dan perhitungan.

Pada mekanisme mental *assimilation*, jawaban Subjek S soal 4b sudah benar, namun terdapat kesalahan untuk nomor 4a yaitu saat mengoperasikan aljabar pada persamaan-persamaannya. Hal ini menyebabkan solusi sistem persamaan linier tiga variabel yang didapat juga menjadi salah. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Supartinah dan Hidayat (2021) menyatakan bahwa siswa dapat dikategorikan sudah memahami, namun terkendala dengan kemampuan konsep aljabar.

Pada mekanisme mental *coordination* sudah sempurna. Hal ini dapat dilihat berdasarkan hasil jawaban dan wawancara dengan Subjek S. Pada hasil jawaban Subjek S, terlihat bahwa Subjek S dapat menjawab dengan benar dan langkah pengerjaannya yang sesuai dan berurut. Selain itu, pada wawancara, Subjek S dapat menjelaskan kembali mengenai bagaimana ia menjawab soal tersebut. Subjek S telah mengetahui perbedaan sistem persamaan linier tiga variabel yang memiliki tepat satu solusi, banyak solusi, dan tidak memiliki solusi. *Schema* dicirikan dengan siswa dapat menghubungkan dan memahami hubungan antara *action*, *process*, *object*, dan sifat-sifat lain yang telah dipahaminya (Af-idah & Suhendar, 2020).



**SIMPULAN**

Dalam penelitian ini mengusulkan *genetic decomposition* yang memprediksi bagaimana siswa dapat mengkonstruksi konsep sistem persamaan linier tiga variabel sebagai *schema*. Bukti empiris kami pada penelitian ini berfokus pada *genetic decomposition* yang diusulkan yang berkaitan dengan koordinasi *schema* himpunan dan *schema* persamaan linier dengan konsep lain. Melalui pertanyaan yang telah dilakukan dalam bentuk tes tertulis dan wawancara dengan Subjek S didapat bahwa mekanisme mental interiorization yaitu tahap action menuju tahap process belum sempurna, mekanisme encapsulation yaitu tahap process menuju tahap object sudah sempurna, mekanisme mental de-encapsulation yaitu tahap object menuju tahap process belum sempurna, mekanisme mental assimilation yaitu tahap object dengan adanya schema baru yaitu schema operasi aljabar belum sempurna, dan mekanisme mental coordination yaitu tahap object menuju tahap object sudah sempurna.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Af-idah, N. Z., & Suhendar, U. (2020). Analisis kemampuan pemecahan masalah siswa berdasarkan teori apos saat diterapkan program belajar dari rumah. *Jurnal Edupedia Universitas Muhammadiyah Ponorogo*, 4(2), 103–112.
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. In *American Catholic Philosophical Quarterly*. Springer. <https://doi.org/10.5840/acpq19977>
- García-Martínez, I., & Parraguez, M. (2017). The basis step in the construction of the principle of mathematical induction based on APOS theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 46, 128–143. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.04.001>
- Kadafuk, F. F., Djong, K. D., & Uskono, I. V. (2020). Kemampuan pemahaman konsep pada materi sistem persamaan linear dua variabel berdasarkan teori APOS bagi siswa SMP. *ANARGYA: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 3(2), 127–135.
- Karim, A. (2011). Penerapan metode penemuan terbimbing dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan pemahaman konsep dan kemampuan berpikir kritis siswa sekolah dasar. *Seminar Nasional Matematika Dan Terapan*, 29–38.
- Kuswanti, Y., Sudirman, & Nusantara, T. (2018). Deskripsi kesalahan siswa pada penyelesaian masalah sistem persamaan linear tiga variabel (spltv). *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 3(7), 865–872.
- Mulyono. (2011). Teori APOS dan implementasinya dalam pembelajaran. *JMEE*, 1(1), 37–45. <https://doi.org/10.20961/jmme.v1i1.9924>
- Ni'mah, R., Sunismi, & Fathani, A. H. (2018). Kesalahan konstruksi konsep matematika dan scaffolding-nya. *Edudikara: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 3(2), 162–171.
- Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of APOS theory. *Linear Algebra and*

- Its Applications*, 432(8), 2112–2124.  
<https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034>
- Soedjadi. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia Konstansi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Stake, R. (2010). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Suliswanto, D., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2020). Profil pemahaman konsep siswa pada materi sistem persamaan linier tiga variabel ditinjau dari gaya kognitif. *Jurnal Didaktik Matematika*, 7(2), 156–170.  
<https://doi.org/10.24815/jdm.v7i2.17341>
- Supartinah, A., & Hidayat, W. (2021). Identifikasi kesalahan siswa dalam menyelesaikan materi sistem persamaan linear tiga variabel. *Prisma*, 10(1), 54–65.
- Syaiful. (2013). Memanfaatkan Teori Untuk Peningkatkan Kebermaknaan Kita Terhadap Pengembangan Berpikir Siswa. *Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung*.
- Viridanismaya, A. S. (2019). *Pemahaman Konsep Matematis Siswa Berdasarkan Teori APOS (Action, Process, Object, Scheme) pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Kelas VIII-G SMPN 1 Sumbergempol Tulungagung Tahun Ajaran 2018/2019*. Institut Agama Islam Negeri Tulungagung.
- Winata, R., & Friantini, R. N. (2020). Kemampuan pemahaman konsep matematika siswa ditinjau dari minat belajar dan gender. *AlphaMath : Journal of Mathematics Education*, 6(1), 1–18.  
<https://doi.org/10.30595/alphamath.v6i1.7385>